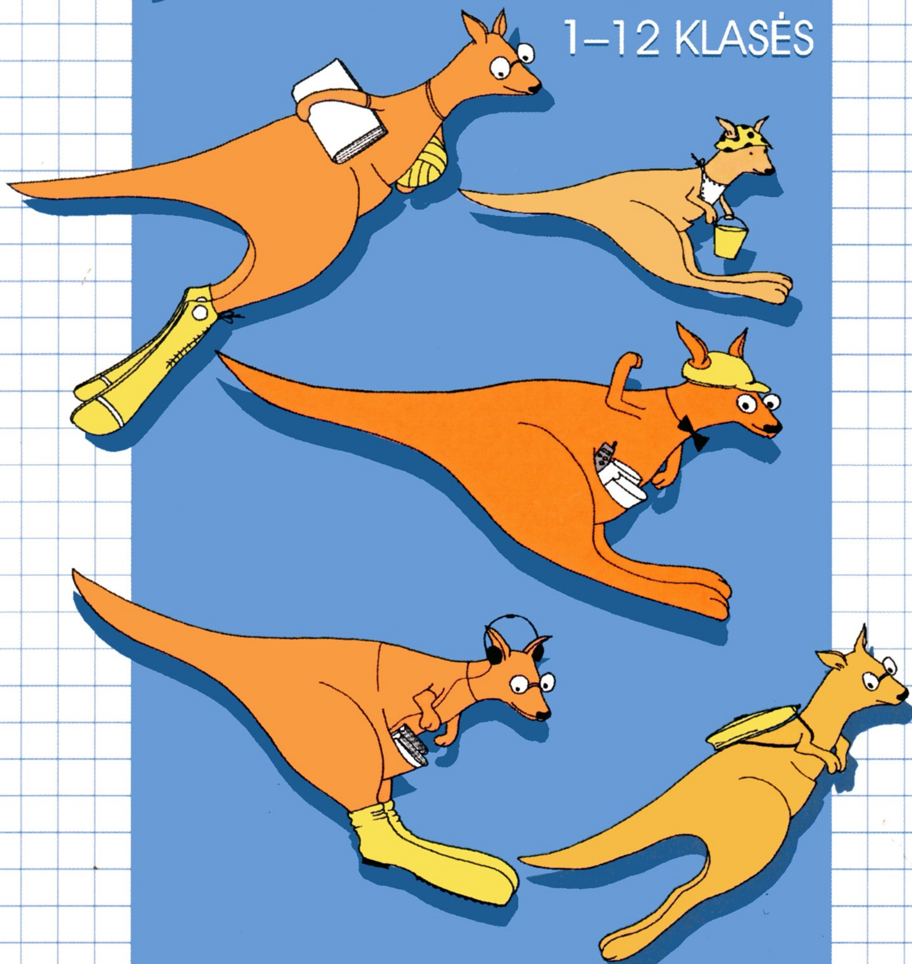
KENGŪRA 2007



1–12 KLASĖS

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS
KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

КЕНГУРУ 2007
KANGUR 2007
KANGAROO 2007

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2007

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Sudarė JUOZAS MAČYS

Scanned by
Cloud Dancing

TEV

VILNIUS 2008

UDK 51(079)
Ke–108

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*
Redaktorė *Žydrūnė Stundžienė*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Laimutė Ališauskienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

© Leidykla TEV, Vilnius, 2008
© Sudar. Juozas Mačys, 2008
© Dail. Edita Tatarinavičiūtė, 2008

ISBN 978–9955–879–01–5

TURINYS

PRATARMĖ

Populiariausios pasaulyje moksleivių matematikos varžybos yra tarptautinis *Kengūros* žaidimas-konkursas. Sumanytas Australijoje, jis bemat išplito. 1994 metais buvo įkurta asociacija „Kengūra be sienų" (*Kangourou sans frontières*), kuriai dabar priklauso 45 šalys iš visų žemynų (išskyrus Australiją, jau seniai turinčią savo *Kengūrą*, na ir jos kaimynę Antarktidą). 2007 metais konkurse varžėsi per 4 milijonus moksleivių, o į Gineso rekordų knygą jis seniai įrašytas kaip masiškiausias.

Lietuvoje *Kengūros* konkursą rengia organizavimo komitetas, į kurį įeina Švietimo ir mokslo ministerijos, Matematikos ir informatikos instituto, Vilniaus universiteto ir mokyklų atstovai. Kaip konkursas vyksta, papasakota matematikos ir informatikos žurnale „Alfa plius omega", 2000, Nr. 1, kurį nesunku rasti ir mokyklų bibliotekose.

Kad mokiniai galėtų geriau pasirengti konkursams, organizavimo komiteto bei Matematikos ir informatikos instituto rūpesčiu nuo 1999 metų kasmet leidykloje TEV yra išleidžiamos konkurso užduočių ir sprendimų knygelės. Be to, leidykla TEV, bendradarbiaudama su Torunės M. Koperniko universitetu ir leidykla „Aksjomat" (Lenkija), leidžia ankstesnių metų (kai Lietuva konkurse dar nedalyvavo) konkursų užduočių knygeles. Jau išleistos knygelės „Kengūra 1993–1998. Mažylis", „Kengūra 1991–1998. Bičiulis" ir „Kengūra 1991–1998. Kadetas". 2007 metais pirmą kartą konkursas buvo organizuotas ir „Nykštuko" grupei — I ir II klasių moksleiviams. Jiems rengtis konkursams taip pat išleista knygelė „Kengūra. Nykštukas". Mėgstantiems spręsti uždavinius prie kompiuterio parengti ir kompiuteriniai *Kengūros* konkursų variantai. Interneto knygyne TEVUKAS galima įsigyti tiek kiekvienų metų ir kiekvienos amžiaus grupės, tiek ir visų metų visų grupių rinkinius kompiuterinėse plokštelėse.

Lietuvoje, kaip ir daugumoje kitų šalių, 2007 metų konkursas įvyko kovo 15 dieną (laikantis taisyklės — kovo trečias ketvirtadienis). Konkurse dalyvavo 67 289 moksleiviai iš 1198 Lietuvos mokyklų. Visiems konkurse dalyvavusiems moksleiviams buvo įteikti gražūs dalyvio pažymėjimai. Kiekvienas mokinys atminimui gavo konkurso užduočių tekstus ir suvenyrinį *Kengūros* pieštuką.

Konkurso rezultatai buvo apdoroti Nacionaliniame egzaminų centre ir leidykloje TEV. Kompiuterinė programa nustatė moksleivius, kurių atsakymų rinkiniai buvo identiški, t. y. sutapo *visi* — ir teisingi, ir neteisingi atsakymai. Jei kurioje nors mokykloje toje pačioje grupėje buvo du identiški atsakymai, tai jų autoriai išskirti nuspalvinimu arba *kursyvu*. Jeigu identiškų atsakymų buvo daugiau, o jų autoriai pretendavo į savo klasės geriausiųjų penkiasdešimtuką, tai tie autoriai internete iškelti už 50-uko lentelės brūkšnio.

Rajonai ir mokyklos savo dalyvių rezultatus gali pasižiūrėti interneto svetainėje www.kengura.lt; jiems paliekama teisė patiems spręsti, buvo ar nebuvo pažeistos konkurso sąlygos (pvz., ar buvo galimybių nusirašyti, spręsti kolektyviai, spręsti ilgiau nei buvo nurodyta ir pan.) ir kaip traktuoti identiškus darbus. Penkiasdešimtukai spausdinami ir šioje knygelėje (žr. p. 5–16) — juk kiekvienam dalyviui malonu matyti savo pavardę tarp geriausiųjų.

Ką gi laimi konkurso nugalėtojai, kaip jie apdovanojami? Dešimt geriausiai konkurse pasirodžiusių kadetų kartu su dar penkiais lenkų mokyklų moksleiviais rugpjūtį vyko į tarptautinę kengūrininkų stovyklą Zakopanėje (Lenkija). Būrys mūsų geriausiųjų bičiulių ir kadetų rugpjūčio pradžioje ilsėjosi ir treniravosi puikiuose „Toliejos" poilsio namuose, įsikūrusiuose tarp ežerų ir miškų Molėtų rajone. Stovykloje buvo visų Lietuvos rajonų atstovų.

Nykštukas, 1 klasė, 50 geriausiųjų

Gediminas Žemaitis, Utenos mokykla-darželis „Eglutė“, Utenos r., 90.00
Kristijonas Ruškys, Judrėnų Stepono Dariaus pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 90.00
Nikas Liaugaudas, Vilkaviškio vyskupijos KKC vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 90.00
Rugilė Miškinytė, Vilkaviškio vyskupijos KKC vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 90.00
Saulius Vereckis, Saulėtekio Antano Mackevičiaus pagrindinė mokykla, Kauno r., 90.00
Valentin Kliukovski, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 90.00
Valerija Gneuševa, Mokykla-darželis „Šilelis“, Vilniaus m., 90.00
Artūr Pavlovič, Mokykla-darželis „Šilelis“, Vilniaus m., 86.25
Gintare Četrauskatė, Zibalų pagrindinė mokykla, Širvintų r., 86.25
Jan Tomaš Malikas, Dieveniškių vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 86.25
Julius Šyvis, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 86.25
Lukas Šilingas, Ubiškės pagrindinė mokykla, Telšių r., 86.25
Marius Pocevičius, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 86.25
Nikolaj Gatijatullin, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 86.25
Virginija Čeponytė, Utenos pagrindinė mokykla, Utenos r., 86.25
Greta Paškevičiūtė, Ukmergės mokykla-darželis „Varpelis“, Ukmergės r., 86.25
Ieva Grigalevičiūtė, Ukmergės mokykla-darželis „Varpelis“, Ukmergės r., 86.25
Karolina Šmigelskaitė, Zibalų pagrindinė mokykla, Širvintų r., 86.25
Rokas Karpavičius, Jonavos Rimkų pradinė mokykla, Jonavos r., 86.00
Lukas Kuzma, Romainių pradinė mokykla, Kauno m., 85.00
Meda Ramanauskaitė, Mokolų pagrindinė mokykla, Marijampolės sav., 85.00
Agnė Fedaravičiūtė, Utenos mokykla-darželis „Eglutė“, Utenos r., 83.75
Artur Čeremisinov, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 83.75
Augustė Balzarytė, „Vyturio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 83.75
Emil Starodubov, Veprių vidurinė mokykla, Ukmergės r., 83.75
Gediminas Gumbis, Kietaviškių pagrindinė mokykla, Elektrėnų sav., 83.75
Kamilė Urbietytė, „Juventos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 83.75
Mindaugas Kondrotas, Trakų pradinė mokykla, Trakų r., 83.75
Vilius Chockevičius, Mažeikių Kazimiero Jagmino pradinė mokykla, Mažeikių r., 83.75
Danila Kapustin, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 82.50
Redas Baltčus, „Versmės“ vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 82.50
Šarūnas Kazlauskas, Trakų pradinė mokykla, Trakų r., 82.50
Deimantas Šantrukovas, Glitiškių mokykla-darželis, Vilniaus r., 82.25
Aleksej Saržan, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 81.25
Barbora Kaminskaitė, Vilkaviškio vyskupijos KKC vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 81.25
Dmitrij Viaznikov, Mažeikių „Jaunystės“ vidurinė mokykla, Mažeikių r., 81.25
Eglė Liagaitė, Skriaudžių pagrindinė mokykla, Prienų r., 81.25
Gintarė Mickutė, Marijampolės pradinė mokykla „Smalsutis“, Marijampolės sav., 81.25
Julius Nedzinskas, VŠĮ Šiuolaikinės mokyklos centras, Vilniaus m., 81.25
Kotryna Rajeckaitė, Trakų pradinė mokykla, Trakų r., 81.25
Mantas Urbonas, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 81.25
Martin Mihailov, Visagino „Atgimimo“ gimnazija, Visagino m., 81.25
Milda Brokevičiūtė, Marijampolės Mokolų mokykla-darželis, Marijampolės sav., 81.25
Rugilė Petrauskaitė, Rozalimo vidurinės mokyklos Medikonių filialas, Pakruojo r., 81.25
Rusnė Sabonaitytė, Pradinė mokykla, Panevėžio m., 81.25
Sergej Mamedov, Mažeikių „Jaunystės“ vidurinė mokykla, Mažeikių r., 81.25

Nykštukas, 2 klasė, 50 geriausiųjų

Aistė Sadauskaitė, Birštono vidurinė mokykla, Birštono m., 90.00
Augustė Lyberytė, Prienų „Nemuno" pradinė mokykla, Prienų r., 90.00
Augustė Tomaševičiūtė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
Dainius Varanauskas, Juozo Naujalio muzikos gimnazija, Kauno m., 90.00
Diana Sman, Visagino „Atgimimo" gimnazija, Visagino m., 90.00
Domantas Kelpšas, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Domantas Vaitoška, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 90.00
Donatas Tamošauskas, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 90.00
Dovilė Manauskaitė, Mokykla-darželis „Saulutė", Klaipėdos m., 90.00
Dovydas Dzežulskis, Grinkiškio Jono Poderio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 90.00
Eglė Augustaitytė, „Genio" pradinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
Elenutė Černyšova, Hermano Zudermano vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Ernestas Romančikas, „Šviesos" pradinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
Evelina Venčkauskaitė, Mokolų pagrindinė mokykla, Marijampolės sav., 90.00
Evita Karietaitė, Jonavos Panerio pradinė mokykla, Jonavos r., 90.00
Faustas Kulbickas, Vievio pradinė mokykla, Elektrėnų sav., 90.00
Gabija Libonaitė, Jonavos Rimkų pradinė mokykla, Jonavos r., 90.00
Gabrielė Ivaščenkaitė, „Juventos" pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 90.00
Gabrielė Sofija Augaitė, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Gintarė Tarasevičiūtė, Ilgakiemio mokykla-darželis, Kauno r., 90.00
Goda Vobolytė, Krokialaukio Tomo Noraus-Naruševičiaus vidurinė mokykla, Alytaus r., 90.00
Grantas Vaitkevičius, Jonavos Rimkų pradinė mokykla, Jonavos r., 90.00
Ignas Matusevičius, Mokolų pagrindinė mokykla, Marijampolės sav., 90.00
Ilja Bobrov, Visagino „Atgimimo" gimnazija, Visagino m., 90.00
Irma Jakutytė, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Jokūbas Jurevičius, Rokiškio pradinė mokykla, Rokiškio r., 90.00
Judita Bėliakaitė, Nemunėlio Radviliškio pagrindinė mokykla, Biržų r., 90.00
Juozas Zalieskas, Onuškio vidurinė mokykla, Trakų r., 90.00
Kamilė Puzinaitė, Musninkų vidurinė mokykla, Širvintų r., 90.00
Karolis Opulskis, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Kasparas Ragaišis, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
Kristijonas Kacevičius, Jonavos Rimkų pradinė mokykla, Jonavos r., 90.00
Linas Šemiotas, „Atžalyno" vidurinė mokykla, Kauno m., 90.00
Liudas Vervečka, „Drevinuko" mokykla-darželis, Alytaus m., 90.00
Lukas Girskis, Gargždų „Vaivorykštės" gimnazija, Klaipėdos r., 90.00
Mantas Bulavas, Jono Basanavičiaus vidurinė mokykla, Kauno m., 90.00
Marius Kavaliauskas, „Juventos" pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 90.00
Marius Giedra, Josvainių vidurinė mokykla, Kėdainių r., 90.00
Neda Baltiejūtė, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Paula Urbonaitė, Vilkaviškio vyskupijos KKC vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 90.00
Rokas Ilgūnas, Marijampolės pradinė mokykla „Smalsutis", Marijampolės sav., 90.00
Romas Šalajev, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
Tadas Jurkus, Rietavo „Aušros" katalikiškoji vidurinė mokykla, Rietavo sav., 90.00
Titas Gurskis, „Atžalyno" vidurinė mokykla, Kauno m., 90.00
Titas Drevinskas, Nemunėlio Radviliškio pagrindinė mokykla, Biržų r., 90.00
Ugnė Valčiukaitė, Domeikavos gimnazija, Kauno r., 90.00
Valentin Kaznačenko, Visagino „Atgimimo" gimnazija, Visagino m., 90.00
Viktoras Urbaitis, VŠĮ „Šeltinio" pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 90.00
Viktorija Lanštein, Antano Vienuolio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
Vilius Kateiva, „Aušros" mokykla-darželis, Vilniaus m., 90.00
Vygantas Jankūnas, Zibalų pagrindinė mokykla, Širvintų r., 90.00
Vytautas Budreckis, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00

Mažylis, 3 klasė, 50 geriausiųjų

1. Gintarė Šataitė, Kėdainių mokykla-darželis „Vaikystė“, Kėdainių r., 120.00
2. Agnė Bilinskaitė, Kėdainių mokykla-darželis „Vaikystė“, Kėdainių r., 116.25
3. Justina Goberytė, Kučiūnų pagrindinė mokykla, Lazdijų r., 115.00
4. Aneta Šitel, Liudvinavo pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 111.25
5. Arminas Petraitis, Jurbarko Vytauto Didžiojo vidurinė mokykla, Jurbarko r., 110.00
5. Šarūnė Vaidelinskaitė, Ringaudų pradinė mokykla, Kauno r., 110.00
5. Karolis Plukas, Jonavos Rimkų pradinė mokykla, Jonavos r., 110.00
8. Aleksas Legačinskas, „Sandoros“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 108.75
9. Otilija Garuckaitė, Kėdainių mokykla-darželis „Vaikystė“, Kėdainių r., 107.50
9. Viktorija Kalinauskaitė, Krokialaukio Tomo Noraus-Naruševičiaus vidurinė mokykla, Alytaus r., 107.50
11. Tadas Budrikas, Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija, Kauno r., 106.25
12. Aistė Kudulytė, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 105.00
12. Goda Miltinytė, „Saulės“ pradinė mokykla, Šiaulių m., 105.00
12. Šarūnas Kilius, „Šilo“ pradinė mokykla, Kauno m., 105.00
15. Adriana Vilkaitė, V. Į. „Saulės“ privati vidurinė mokykla, Vilniaus m., 103.75
15. Antoni Silvestrovič, „Žaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 103.75
15. Ingrida Stumbraitė, Kulmenų pradinė mokykla, Pagėgių sav., 103.75
15. Raminta Juzukounytė, Baisogalos mokykla-darželis, Radviliškio r., 103.75
19. Kanilė Stugytė, Plungės Vyskupo Motiejaus Valančiaus katalikiškoji pradinė mokykla, Plungės r., 102.50
19. Margiris Burakauskas, „Sandoros“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 102.50
19. Rokas Giedraitis, Mokykla-darželis „Dainorėliai“, Vilniaus m., 102.50
22. Goda Legeikytė, „Žiburio“ pagrindinė mokykla, Visagino m., 101.25
23. Lukas Lisauskas, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 100.00
23. Nikita Daniliuk, Mokykla-darželis „Lokiukas“, Vilniaus m., 100.00
25. Aristida Markauskaitė, VŠĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 99.75
26. Paulina Šlimaitė, VŠĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 98.75
27. Augustė Kaknevičiūtė, Ringaudų pradinė mokykla, Kauno r., 97.50
27. Povilas Navickas, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 97.50
29. Gabrielis Kopač, „Svajos“ mokykla-darželis, Vilniaus m., 97.25
30. Dainius Imbrasas, VŠĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 96.25
30. Edgaras Būdvytis, Priekulės Ievos Simonaitytės vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 96.25
30. Edita Grigutytė, Kaukolikų pagrindinė mokykla, Skuodo r., 96.25
30. Julija Janeiko, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 96.25
30. Karolina Voitėhcovskaja, Pavilnio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 96.25
30. Rugilė Narbutaitė, Panevėžio Vytauto Mikalausko menų mokykla, Panevėžio m., 96.25
36. Emilija Krūvelytė, Užuguosčio pagrindinė mokykla, Prienų r., 95.00
36. Vytautas Krivickas, Pradinė mokykla, Panevėžio m., 95.00
38. Daniel Gulbicki, Kenos pagrindinė mokykla, Vilniaus r., 93.75
38. Linas Sasnauskas, Šventupio vidurinė mokykla, Šiaulių m., 93.75
38. Vainius Kriščiūnas, Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija, Kauno r., 93.75
41. Auksė Sprauniūtė, Krikščionių mokykla „Tikėjimo žodis“, Vilniaus m., 92.50
41. Džiugas Širvys, Krikščionių mokykla „Tikėjimo žodis“, Vilniaus m., 92.50
41. Kotryna Vaičiulionytė, Europinė mokykla Woluwe II, Briuselis, (Belgija) 92.50
41. Marija Laminceva, Levo Karsavino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 92.50
41. Paulius Lastas, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 92.50
41. Severinas Stukas, Senųjų Trakų pagrindinė mokykla, Trakų r., 92.50
47. Elijas Dapšauskas, Salantų gimnazija, Kretingos r., 92.25
48. Marta Šaulytė, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 92.00
49. Aidas Burokas, Dainavos vidurinė mokykla, Alytaus m., 91.25
49. Enrika Lazovskytė, „Varpelio“ pradinė mokykla, Kauno m., 91.25
49. Karolis Misevičius, Grigiškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 91.25
49. Veronika Viachireva, „Svajos“ mokykla-darželis, Vilniaus m., 91.25

Mažylis, 4 klasė, 50 geriausiųjų

1. Emilis Ruzveltas, Kėdainių mokykla-darželis „Vaikystė“, Kėdainių r., 120.00
2. Emilijus Stankus, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 115.00
2. Justinas Sakas, VŠĮ „Universa Via“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 115.00
2. Pavel Mironov, „Svajos“ mokykla-darželis, Vilniaus m., 115.00
5. Aida Drevilkauskaitė, Rokiškio mokykla-darželis „Varpelis“, Rokiškio r., 113.75
5. Gytis Barkauskas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 113.75
5. Maksim Bovarov, Naujamiesčio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 113.75
5. Milda Jundulaitė, Trakų pradinė mokykla, Trakų r., 113.75
9. Lukas Padolevičius, Europinė mokykla Woluwe II, Briuselio m., 112.00
10. Alina Krivošejeva, Mokykla-darželis „Šilelis“, Vilniaus m., 111.25
10. Deividas Tumas, Kurklių pagrindinė mokykla, Anykščių r., 111.25
10. Giedrius Sasnauskas, Troškūnų Kazio Inčiūros vidurinė mokykla, Anykščių r., 111.25
10. Gintautas Kamuntavičius, Antano Vienuolio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 111.25
10. Patricija Šapokaitė, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 111.25
15. Domantas Zavadskis, Kazimiero Paltaroko vidurinė mokykla, Panevėžio m., 110.25
16. Domantas Jadenkus, Grigiškių mokykla-darželis „Pelėdžiukas“, Vilniaus m., 110.00
16. Domas Vasiliauskas, Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija, Kauno r., 110.00
16. Dovilė-Agnė Korytė, Kelmės mokykla-darželis „Ąžuoliukas“, Kelmės r., 110.00
16. Eivydas Račkauskas, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 110.00
16. Žygimantas Nakas, Jonavos Rimkų pradinė mokykla, Jonavos r., 110.00
21. Evelina Drobužaitė, Želvos vidurinė mokykla, Ukmergės r., 108.75
21. Miglė Kalinauskaitė, „Vyturio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 108.75
21. Miglė Kalinaitė, Ukmergės Užupio vidurinė mokykla, Ukmergės r., 108.75
21. Saulius Beinorius, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 108.75
21. Tadas Indrelė, „Pelėdos“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 108.75
21. Vilius Žukauskas, Naisių pagrindinė mokykla, Šiaulių r., 108.75
21. Giedrė Balčiūtė, Lazdijų mokykla-darželis „Vyturėlis“, Lazdijų r., 108.75
21. Gintarė Balčiūtė, Lazdijų mokykla-darželis „Vyturėlis“, Lazdijų r., 108.75
29. Jonas Vasiliauskas, Humanitarinė pradinė mokykla, Kauno m., 107.50
29. Kęstutis Gudžiūnas, Baltupių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 107.50
29. Mantas Petrošius, Kazlų Rūdos pradinė mokykla, Kazlų Rūdos sav., 107.50
29. Mantas Pranskaitis, „Sandoros“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 107.50
29. Meilė Petrauskaitė, Pagrindinė mokykla „Anima“, Kauno m., 107.50
34. Natalija Markevičiūtė, Kauno Centro vidurinė mokykla, Kauno m., 107.25
35. Akvilė Koženiauskaitė, Palemono vidurinė mokykla, Kauno m., 106.25
35. Austėja Sirijatavičiūtė, Kėdainių mokykla-darželis „Vaikystė“, Kėdainių r., 106.25
35. Barbora Žilinskaitė, Mokykla-darželis „Rūtelė“, Kauno m., 106.25
35. Iveta Ilevičiūtė, Pelėdnagių mokykla-darželis „Dobiliukas“, Kėdainių r., 106.25
35. Rokas Bytautas, „Purienų“ vidurinė mokykla, Kauno m., 106.25
35. Vaiva Narkutė, Šilalės Simono Gaudėšiaus gimnazija, Šilalės r., 106.25
41. Monika Gerybaitė, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 105.75
42. Anna Olampijeva, Mažeikių „Jaunystės“ vidurinė mokykla, Mažeikių r., 105.00
42. Domantas Astrauskas, Utenos Krašuonos pagrindinė mokykla, Utenos r., 105.00
42. Donatas Lubys, Gargždų „Minijos“ vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 105.00
42. Einartas Jonas Globis, VŠĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 105.00
42. Jakov Braver, „Svajos“ mokykla-darželis, Vilniaus m., 105.00
42. Justas Juknys, Ukmergės „Šilo“ vidurinė mokykla, Ukmergės r., 105.00
42. Manvydas Urniežius, Raseinių „Kalno“ vidurinė mokykla, Raseinių r., 105.00
42. Nikodemas Tučkus, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 105.00
42. Oleg Morozov, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 105.00
42. Paulina Bakšaitė, Dzūkijos vidurinė mokykla, Alytaus m., 105.00
42. Vygintas Vytartas, Marijampolės pradinė mokykla, Marijampolės sav., 105.00

Bičiulis, 5 klasė, 50 geriausiųjų

1. Agnė Alaburdaitė, Prienų „Revuonos" vidurinė mokykla, Prienų r., 150.00
2. Daniel Juranec, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 140.00
3. Patricija Živatkauskaitė, Krikščionių mokykla „Tikėjimo žodis", Vilniaus m., 134.50
4. Adomas Boruta, Kačerginės pagrindinė mokykla, Kauno r., 131.25
4. Ignas Urbonavičius, „Gabijos" gimnazija, Vilniaus m., 131.25
4. Mindaugas Narušis, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 131.25
7. Mantas Pajarskas, „Ąžuolyno" vidurinė mokykla, Vilniaus m., 130.00
8. Julius Burbulis, Šlienavos pagrindinė mokykla, Kauno r., 125.00
9. Mykolas Blažonis, „Gabijos" gimnazija, Vilniaus m., 123.75
10. Vytautas Naučius, „Nemuno" vidurinė mokykla, Kauno m., 123.00
11. Giedrė Širvinskaitė, Kėdainių „Ryto" vidurinė mokykla, Kėdainių r., 122.50
12. Augustė Ambrazaitė, Ariogalos vidurinė mokykla, Raseinių r., 121.25
13. Audrius Malelė, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 120.75
14. Aivaras Paliulis, Biržų Kaštonų pagrindinė mokykla, Biržų r., 120.00
14. Gabija Stankevičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 120.00
14. Gediminas Odminis, „Juventos" pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 120.00
14. Matas Grigaliūnas, „Atžalyno" vidurinė mokykla, Kauno m., 120.00
14. Mindaugas Jakubauskas, Prienų „Revuonos" vidurinė mokykla, Prienų r., 120.00
19. Marius Dambrauskas, Marijampolės Petro Armino vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 118.75
20. Aliona Burakova, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 117.50
21. Aidas Kilda, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 117.25
22. Agnė Dovydaitytė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 116.25
22. Karolis Trubila, „Žiburio" pagrindinė mokykla, Visagino m., 116.25
22. Simonas Draukšas, Ariogalos vidurinė mokykla, Raseinių r., 116.25
25. Kristina Kirnaitė, Jonavos Jeronimo Ralio vidurinė mokykla, Jonavos r., 116.00
26. Paulius Sausdravas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 115.75
27. Justas Klimavičius, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 115.00
27. Simonas Morkūnas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Vilniaus m., 115.00
29. Mantas Andzelis, Pikčiūnų pagrindinė mokykla, Raseinių r., 114.50
30. Kasparas Mociūnas, Utenos Krašuonos pagrindinė mokykla, Utenos r., 113.75
31. Karolis Dikčius, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 113.25
32. Lukas Garbonis, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 112.50
32. Rita Norbutaitė, Požerės pagrindinė mokykla, Šilalės r., 112.50
34. Justinas Grigaitis, „Purienų" vidurinė mokykla, Kauno m., 112.25
35. Domantas Matas Mozeris, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 111.25
35. Sandra Klevinskaitė, Ariogalos vidurinė mokykla, Raseinių r., 111.25
35. Tomas Sipko, Grigiškių „Šviesos" vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111.25
38. Aurelija Šemiūtė, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 111.00
39. Roman Dmitrijev, VŠĮ „Universa Via" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 110.75
40. Domantas Kapleris, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 110.50
41. Aina Petronytė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 110.00
41. Karolina Deikutė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 110.00
41. Simas Lukėnas, Kazimiero Paltaroko vidurinė mokykla, Panevėžio m., 110.00
44. Lukas Jonuška, Viršuliškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 109.75
45. Liudas Grigaliūnas, Juozo Urbšio vidurinė mokykla, Kauno m., 108.50
45. Mangirdas Kazlauskas, Užvenčio Šatrijos Raganos vidurinė mokykla, Kelmės r., 108.50
47. Karina Brizickaja, Kauno Centro vidurinė mokykla, Kauno m., 108.00
47. Laimonas Juras, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 108.00
47. Povilas Baranauskas, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 108.00
50. Gabrielė Karpickaitė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 107.50
50. Jonas Paulavičius, „Gabijos" gimnazija, Vilniaus m., 107.50
50. Urtė Liutkevičiūtė, Elektrėnų „Ąžuolyno" vidurinė mokykla, Elektrėnų sav., 107.50

Bičiulis, 6 klasė, 50 geriausiųjų

1. Rapolas Norvaiša, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 145.00
2. Michailas Skalskis, Šolom Aleichemo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 140.00
3. Domas Nutautas, VŠĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 137.50
4. Vytautas Traškevičius, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 135.00
5. Linas Povilaitis, Vilkaviškio Salomėjos Nėries vidurinė mokykla, Vilkaviškio r., 133.75
6. Vytautė Mačiulskytė, „Varpo“ vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 132.25
7. Marius Latinis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 131.25
8. Antas Benas Ališauskas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 128.75
9. Adelė Januškevičiūtė, „Aukuro“ vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 127.50
9. Justas Rupšys, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 127.50
9. Konstantinas Steponavičius, Trakų Vytauto Didžiojo gimnazija, Trakų r., 127.50
12. Miroslavas Stahcovič, Liudvinavo pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 126.25
13. Kamilė Rastenytė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 125.75
14. Brigita Margenytė, Biržų Kaštonų pagrindinė mokykla, Biržų r., 125.00
14. Vieslav Lapin, Juzefo Ignacijaus Kraševskio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 125.00
16. Aistė Skukauskaitė, Karsakiškio Strazdelio pagrindinė mokykla, Panevėžio r., 123.75
16. Austėja Dapkutė, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 123.75
16. Edvardas Voronovas, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 123.75
16. Eglė Montvidaitė, Biržų Kaštonų pagrindinė mokykla, Biržų r., 123.75
16. Gabrielė Gedutytė, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Vilniaus m., 123.75
16. Karolis Žitkevičius, Martyno Mažvydo pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 123.75
22. Aurelija Valantonytė, Karmėlavos Balio Buračo vidurinė mokykla, Kauno r., 122.50
22. Ignas Žilinskas, Adolfo Ramanausko-Vanago vidurinė mokykla, Alytaus m., 122.50
24. Džiugas Vyšniauskas, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 122.25
25. Ieva Paškauskaitė, Vilkaviškio „Aušros“ vidurinė mokykla, Vilkaviškio r., 121.75
26. Nikolaj Žukov, Andrejaus Rubliovo pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 121.25
26. Rokas Čerlinskas, Šančių vidurinė mokykla, Kauno m., 121.25
26. Šarūnas Nejus, Plutiškių vidurinė mokykla, Kazlų Rūdos sav., 121.25
29. Daumantas Kavolis, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 121.00
29. Laima Pučėtaitė, Gargždų „Vaivorykštės“ gimnazija, Klaipėdos r., 121.00
31. Austėja Putrimaitė, Akademijos Ugnės Karvelis gimnazija, Kauno r., 120.00
31. Gintas Kuncevičius, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 120.00
31. Ingrida Danytė, Širvintų „Atžalyno“ pagrindinė mokykla, Širvintų r., 120.00
31. Lukas Klebonas, Naujininkų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 120.00
31. Lukas Bagdonavičius, Jono Basanavičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 120.00
31. Vladislovas Čižas, Lukiškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 120.00
37. Dmitrij Voronov, „Juventos“ gimnazija, Vilniaus m., 119.75
37. Miglė Pucetaitė, Joniškėlio Gabrielės Petkevičaitės-Bitės vidurinė mokykla, Pasvalio r., 119.75
39. Rugilė Matulevičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 119.50
40. Mykolas Šermukšnis, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 118.75
40. Vytautas Pečiukėnas, VŠĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 118.75
42. Augustas Gornatkevičius, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 117.50
42. Šarūnas Trinkūnas, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 117.50
42. Vladimir Daglis, „Santaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 117.50
45. Miglė Švenčionytė, Ariogalos vidurinė mokykla, Raseinių r., 117.25
46. Aistė Osinskytė, VŠĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 117.00
46. Pijus Juodis, VŠĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 117.00
48. Kamilė Šiaurytė, Salininkų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 116.25
48. Karolis Bartkus, „Aukuro“ vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 116.25
48. Vytautas Mickus, VŠĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 116.25

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

1. Motiejus Valiūnas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 127.50
2. Linas Klimavičius, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 121.00
2. Simonas Mamaitis, Eigulių vidurinė mokykla, Kauno m., 121.00
4. Andrius Žiūkas, Jiezno gimnazija, Prienų r., 120.00
5. Giedrė Mockutė, Pagėgių vidurinė mokykla, Pagėgių sav., 112.00
6. Kęstutis Vilčinskas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111.00
7. Paulius Urbonas, Dainų vidurinė mokykla, Šiaulių m., 110.00
8. Justinas Česonis, Širvintų „Atžalyno“ pagrindinė mokykla, Širvintų r., 107.50
8. Stanislovas Songinas, Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija, Šalčininkų r., 107.50
10. Vaidotas Kumža, Varnių Motiejaus Valančiaus vidurinė mokykla, Telšių r., 107.25
11. Pijus Navickas, Prienų „Ąžuolo“ pagrindinė mokykla, Prienų r., 105.00
12. Laurynas Žuromskas, Senvagės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 104.75
13. Rūta Staniūtė, Gargždų „Vaivorykštės“ gimnazija, Klaipėdos r., 103.75
14. Aleksandr Starostenkov, „Pajūrio“ vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 102.50
14. Tomas Zamaliauskas, Rokiškio Juozo Tūbelio gimnazija, Rokiškio r., 102.50
16. Edvardas Žutautas, Telšių „Kranto“ vidurinė mokykla, Telšių r., 100.00
16. Ignas Bobinas, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 100.00
16. Jekaterina Mironova, Vasilijaus Kačialovo gimnazija, Vilniaus m., 100.00
16. Žygimantas Stancelis, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 100.00
20. Gintas Trumpa, Rokiškio „Romuvos“ gimnazija, Rokiškio r., 99.75
21. Henrieta Juciūtė, „Juventos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 99.50
22. Artūras Vasilevskis, Jašiūnų „Aušros“ vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 98.75
23. Mantas Minkauskas, Jono Jablonskio gimnazija, Kauno m., 98.50
24. Jevgenijus Visockis, „Žiburio“ pagrindinė mokykla, Visagino m., 98.00
25. Povilas Žemaitis, „Varpo“ gimnazija, Kauno m., 97.25
25. Rokas Ramanauskas, Molėtų pagrindinė mokykla, Molėtų r., 97.25
27. Daumantas Rupšys, Sedos Vytauto Mačernio vidurinė mokykla, Mažeikių r., 96.25
27. Evaldas Džiaugys, Klausučių Stasio Santvaro pagrindinė mokykla, Jurbarko r., 96.25
27. Tomaš Vojnič, Bezdonių Julijaus Slovackio vidurinė mokykla, Vilniaus r., 96.25
30. Paulius Alaburda, Babtų gimnazija, Kauno r., 95.75
31. Greta Jarockytė, „Šaltinio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 95.00
31. Tomas Milušauskas, Prienų „Ąžuolo“ pagrindinė mokykla, Prienų r., 95.00
33. Šarūnas Žukauskas, VŠĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 94.75
34. Danielius Bogdiun, Jašiūnų „Aušros“ vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 94.50
35. Darja Jevstafjeva, Naujamiesčio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 93.75
36. Naglis Kurakas, Petro Vileišio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 93.50
37. Dovydas Mikalauskas, Plungės „Ryto“ pagrindinė mokykla, Plungės r., 93.25
38. Rūta Mačiuikaitė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 92.75
39. Laura Kisieliūtė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 92.50
40. Karolis Adomavičius, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 92.25
41. Elena Purlytė, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 92.00
42. Mantas Jatkauskas, „Versmės“ vidurinė mokykla, Kauno m., 91.25
42. Monika Jerutytė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 91.25
42. Vilija Lomeikaitė, Joniškio „Aušros“ gimnazija, Joniškio r., 91.25
45. Jokūbas Žemaitaitis, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 90.75
45. Mindaugas Kuodys, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 90.75
47. Rūta Jakučionytė, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 90.25
48. Antanas Muliuolis, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
48. Dalia Bartkevičiūtė, Varėnos „Ąžuolo“ vidurinė mokykla, Varėnos r., 90.00
48. Kristupas Šermokas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Vilniaus m., 90.00
48. Lukas Sisojevas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 90.00
48. Rimgaudas Stundžia, Pabradės „Ryto“ vidurinė mokykla, Švenčionių r., 90.00
48. Ugnė Urbštaitė, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 90.00

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

1. Kristina Bakutytė, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 143.75
2. Elena Martynova, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 138.75
3. Arnoldas Šidlauskas, „Santaros“ gimnazija, Kauno m., 128.75
3. Karolis Dziedzelis, Stasio Šalkauskio vidurinė mokykla, Šiaulių m., 128.75
5. Gabrielius Šlepikas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 125.00
6. Justas Laužadis, Rokiškio „Romuvos“ gimnazija, Rokiškio r., 123.25
7. Aleksandras Smoliakovas, Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 122.50
8. Giedrius Žebrauskas, „Ąžuolyno“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 118.75
9. Gabija Bačiūtė, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 118.25
10. Benas Bačanskas, Skapiškio vidurinė mokykla, Kupiškio r., 117.50
10. Mindaugas Stankevičius, Karoliniškių gimnazija, Vilniaus m., 117.50
12. Raminta Čuprinskaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 116.25
13. Balys Momgaudis, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 116.00
14. Armantas Vaškelis, Garliavos Jonučių vidurinė mokykla, Kauno r., 115.00
15. Gluosnė Norkutė, Lietuvos aklųjų ir silpnaregių ugdymo centras, Vilniaus m., 113.75
15. Lukas Dumčius, Garliavos Juozo Lukšos gimnazija, Kauno r., 113.75
17. Deividas Jankauskas, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 112.50
17. Monika Martinkova, „Varpo“ vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 112.50
19. Dominykas Sedleckas, Jonavos Justino Vareikio pagrindinė mokykla, Jonavos r., 109.50
19. Titas Šiuipys, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 109.50
21. Edvardas Poliakovas, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 109.00
22. Gabrielė Sieliūnaitė, „Verdenės“ vidurinė mokykla, Visagino m., 108.75
23. Ainis Margalikas, Mažeikių Merkelio Račkausko gimnazija, Mažeikių r., 107.50
23. Andrius Kuzminskas, Medingėnų pagrindinė mokykla, Rietavo sav., 107.50
23. Aurelijus Gerikas, Mažeikių Merkelio Račkausko gimnazija, Mažeikių r., 107.50
23. Goda Rabačiūtė, Jono Jablonskio gimnazija, Kauno m., 107.50
23. Neringa Mažulytė, Šventupio vidurinė mokykla, Šiaulių m., 107.50
28. Julija Šilko, „Žaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 107.25
29. Povilas Jurgaitis, Eigulių vidurinė mokykla, Kauno m., 106.50
30. Juozas Rimgaila, „Baltijos“ vidurinė mokykla, Palangos m., 106.25
31. Jorinta Jakubauskaitė, Naujininkų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105.75
32. Raimundas Burokas, Antano Vienuolio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 105.25
33. Kotryna Mazuronytė, Kaišiadorių Algirdo Brazausko vidurinė mokykla, Kaišiadorių r., 105.00
33. Tadas Vasiliauskas, „Versmės“ vidurinė mokykla, Kauno m., 105.00
35. Ieva Jasiūnaitė, Kamajų Antano Strazdo gimnazija, Rokiškio r., 104.75
35. Liudvikas Akelis, Marijampolės Rygiškių Jono gimnazija, Marijampolės sav., 104.75
37. Karolis Juodelė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 103.75
37. Rūta Stankevičiūtė, Sedos Vytauto Mačernio vidurinė mokykla, Mažeikių r., 103.75
37. Simas Rimgaila, Mosėdžio gimnazija, Skuodo r., 103.75
37. Tomas Riklius, Vilkaviškio Salomėjos Nėries vidurinė mokykla, Vilkaviškio r., 103.75
41. Aistė Marcinkutė, Stepono Dariaus ir Stasio Girėno gimnazija, Kauno m., 103.25
41. Augustina Gasianec, Ignalinos Česlovo Kudabos pagrindinė mokykla, Ignalinos r., 103.25
41. Tomas Pužas, Prienų „Ąžuolo“ pagrindinė mokykla, Prienų r., 103.25
44. Justinas Kluonaitis, Raudondvario gimnazija, Kauno r., 103.00
44. Rimantas Sagatas, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 103.00
44. Toma Jonaitytė, Mažeikių Merkelio Račkausko gimnazija, Mažeikių r., 103.00
47. Aivaras Tereškevičius, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 102.50
47. Gytis Štarolis, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 102.50
47. Lukas Bijaminas, Prienų „Ąžuolo“ pagrindinė mokykla, Prienų r., 102.50
47. Paulius Jančiukas, Pakuonio pagrindinė mokykla, Prienų r., 102.50

Junioras, 9 klasė, 50 geriausiųjų

1. Rolandas Glotnis, Vytauto Didžiojo gimnazija, Klaipėdos m., 140.00
2. Simona Užuotaitė, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 122.50
3. Denisas Igoševas, „Ateities“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 121.00
4. Andrius Vaicenavičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 117.50
5. Julius Juodakis, Mykolo Biržiškos gimnazija, Vilniaus m., 113.00
6. Daumantas Juknevičius, Jono Basanavičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 112.50
7. Nerijus Leilionas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 112.00
8. Paulius Kantautas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 109.50
9. Giedrius Skiauteris, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 108.25
10. Dagnė Puodžiūnaitė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 107.25
11. Alina Pavasarytė, Kaišiadorių Algirdo Brazausko vidurinė mokykla, Kaišiadorių r., 105.00
12. Evaldas Čiakas, Šilutės Vydūno gimnazija, Šilutės r., 103.50
13. Jonas Masalskis, Stasio Lozoraičio vidurinė mokykla, Kauno m., 101.25
13. Marius Terentjevas, Karmėlavos Balio Buračo vidurinė mokykla, Kauno r., 101.25
13. Tomas Kapūsta, Garliavos Jonučių vidurinė mokykla, Kauno r., 101.25
16. Deividas Lenkus, Karmėlavos Balio Buračo vidurinė mokykla, Kauno r., 100.00
16. Eglė Kavaliauskaitė, Šilutės pirmoji gimnazija, Šilutės r., 100.00
16. Urtė Paškevičiūtė, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 100.00
19. Dovydas Skarolskis, Sedos Vytauto Mačernio vidurinė mokykla, Mažeikių r., 98.75
20. Paulius Šimkus, Jono Basanavičiaus vidurinė mokykla, Kauno m., 98.50
21. Justina Juškaitė, Jonavos Senamiesčio gimnazija, Jonavos r., 97.50
21. Kęstutis Smulkys, Jonavos Senamiesčio gimnazija, Jonavos r., 97.50
21. Laurynas Spangevičius, Kybartų Kristijono Donelaičio gimnazija, Vilkaviškio r., 97.50
24. Rimas Trumpa, Rokiškio „Romuvos“ gimnazija, Rokiškio r., 97.00
24. Živilė Jonaitytė, Vytauto Didžiojo gimnazija, Klaipėdos m., 97.00
26. Antanas Uršulis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.25
26. Mantas Kurauskas, Karmėlavos Balio Buračo vidurinė mokykla, Kauno r., 96.25
26. Viktoras Sutkus, „Minties“ gimnazija, Vilniaus m., 96.25
29. Gabija Žemaitytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.75
29. Mantas Kazlauskas, Kelmės Jono Graičiūno gimnazija, Kelmės r., 95.75
31. Julius Narkus, „Santaros“ gimnazija, Kauno m., 94.75
32. Lukas Dvarionas, Jono Basanavičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 94.00
32. Olga Juralevičiūtė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 94.00
34. Karolis Kelpšas, Salantų gimnazija, Kretingos r., 93.75
35. Pranas Žiaukas, Garliavos Juozo Lukšos gimnazija, Kauno r., 93.50
36. Aloyzas Pusvaškis, Žirmūnų gimnazija, Vilniaus m., 92.25
36. Mantas Taroza, Rokiškio Juozo Tūbelio gimnazija, Rokiškio r., 92.25
38. Lukas Šalaševičius, Marijampolės „Ryto“ vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 92.00
39. Pavel Doronin, Levo Karsavino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 91.75
40. Andrius Ruduks, Žirmūnų gimnazija, Vilniaus m., 91.25
40. Aurimas Jončius, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 91.25
40. Ernius Kapačinskas, Švenčionėlių gimnazija, Švenčionių r., 91.25
40. Justyna Moskevič, Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija, Šalčininkų r., 91.25
44. Maksim Ivanov, Draugystės vidurinė mokykla, Visagino m., 91.00
45. Austėja Vaičytė, VŠĮ „Saulės“ privati vidurinė mokykla, Vilniaus m., 90.75
45. Lukas Melninkas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 90.75
45. Rytis Vaškevičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 90.75
45. Tomas Jozonis, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 90.75
49. Marius Klimavičius, Krakių Mikalojaus Katkaus vidurinė mokykla, Kėdainių r., 90.50
50. Anželika Belotelova, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 90.00
50. Domas Balčiūnas, Biržų „Saulės“ gimnazija, Biržų r., 90.00
50. Ieva Savickaitė, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 90.00
50. Justas Vaičiulis, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 90.00

Junioras, 10 klasė, 50 geriausiųjų

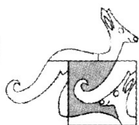
1. Vytautas Naujalis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 122.50
2. Lukas Ankudavičius, Užupio gimnazija, Vilniaus m., 117.25
3. Egidijus Lukauskas, Salantų gimnazija, Kretingos r., 114.25
4. Mantas Jurevičius, Jonavos Senamiesčio gimnazija, Jonavos r., 108.50
5. Kotryna Bloznelytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 108.25
6. Martynas Budriūnas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 108.00
7. Algimantas Šidlauskas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 107.75
8. Marius Grockis, Vadoklių vidurinė mokykla, Panevėžio r., 107.50
9. Jonas Bičiūnas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105.25
10. Greta Jurkūnaitė, Pagėgių vidurinė mokykla, Pagėgių sav., 102.75
11. Marija Antanavičiūtė, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 102.25
12. Martynas Masaitis, Vytauto Didžiojo universiteto „Rasos“ gimnazija, Kauno m., 101.25
12. Vytautas Martinaitis, „Saulėtekio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 101.25
12. Zbignev Monkevič, Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija, Šalčininkų r., 101.25
15. Viktorija Gradauskaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 100.50
16. Aida Leonavičiūtė, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 100.25
17. Viktorija Pručkovskaja, „Aitvaro“ gimnazija, Klaipėdos m., 100.00
18. Nerijus Šarkauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 99.75
19. Artiom Primak, Radviliškio Stepono Dariaus ir Stasio Girėno vidurinė mokykla, Radviliškio r., 99.50
20. Nikolaj Fadejev, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 99.25
21. Aurimas Paulauskas, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 98.75
22. Eimantas Venckus, „Žemynos“ gimnazija, Klaipėdos m., 98.50
22. Žilvinas Mickevičius, Sedos Vytauto Mačernio vidurinė mokykla, Mažeikių r., 98.50
24. Raminta Čepulytė, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 98.25
25. Vytautas Labanauskas, Didždvario gimnazija, Šiaulių m., 97.75
26. Darius Vansevičius, „Saulės“ gimnazija, Kauno m., 97.50
26. Ivona Tautkutė, Jono Pauliaus II gimnazija, Vilniaus m., 97.50
26. Kasparas Petkevičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 97.50
29. Bronislava Gustaitytė, „Žemynos“ gimnazija, Klaipėdos m., 97.25
30. Aurimas Daubaras, Kovo 11-osios vidurinė mokykla, Kauno m., 97.00
31. Tomas Gražys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.75
32. Justinas Jucevičius, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 96.25
32. Rokas Šimakauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.25
34. Laurynas Giriūnas, Rokiškio Juozo Tūbelio gimnazija, Rokiškio r., 96.00
35. Edvinas Urbanavičius, „Saulės“ gimnazija, Kauno m., 95.75
36. Martynas Pilkis, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 95.50
36. Vladas Alesius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.50
38. Indrė Norvilaitė, Švėkšnos „Saulės“ vidurinė mokykla, Šilutės r., 95.25
39. Austėja Bartašiūtė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.00
39. Justas Šalkevičius, Kazlų Rūdos pagrindinė mokykla „Elma“, Kazlų Rūdos sav., 95.00
39. Nail Garejev, Naujamiesčio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 95.00
39. Žygimantas Dirma, Molėtų gimnazija, Molėtų r., 95.00
43. Artiom Magomedov, Kauno Centro vidurinė mokykla, Kauno m., 94.75
43. Eligijus Ivanovas, Kėdainių „Atžalyno“ vidurinė mokykla, Kėdainių r., 94.75
43. Karolis Žukas, Varėnos „Ryto“ vidurinė mokykla, Varėnos r., 94.75
46. Marius Adakauskas, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 94.50
46. Rimantas Kuodys, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 94.50
48. Ilona Sesickaja, Grigiškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 94.25
49. Domas Markevičius, Užupio gimnazija, Vilniaus m., 93.75
49. Egidijus Kevinas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 93.75
49. Paulius Galinskis, „Ąžuolyno“ gimnazija, Klaipėdos m., 93.75
49. Šarūnas Mačionis, Naujininkų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 93.75

Senjoras, 11 klasė, 50 geriausiųjų

1. Jonas Pauliukevičius, Kėdainių „Šviesioji“ gimnazija, Kėdainių r., 138.75
2. Artiom Fiodorov, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 126.25
3. Marius Vaicekauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 124.25
4. Vytautas Gruslys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 123.75
5. Petras Nutautas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 118.75
6. Konstantin Semeniuk, Lazdynų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 116.00
7. Gediminas Mikutis, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 115.00
8. Dominykas Gustas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 114.00
9. Vaidotas Kurlianskas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 108.50
10. Mindaugas Norkus, Šilutės Vydūno gimnazija, Šilutės r., 106.75
11. Julius Jonušas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 105.50
12. Vainius Indilas, „Aušros“ gimnazija, Kauno m., 104.50
13. Lina Aučinaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 104.25
14. Leonas Toliautas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 103.75
15. Gytis Žilinskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 102.50
16. Andrius Aučinas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 100.75
17. Evelina Pechovska, Eišiškių 1-oji vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 100.00
17. Ilona Vrublevska, Eišiškių 1-oji vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 100.00
19. Juozas Vaicenavičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 98.75
20. Justinas Kanopa, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 98.50
21. Donatas Kazakauskas, Likiškėlių vidurinė mokykla, Alytaus m., 98.25
22. Vaiva Imbrasaitė, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 98.00
23. Augustinas Pukys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.75
24. Motiejus Jakštys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.75
25. Jurgis Aleksandravičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.00
25. Tomas Pilkauskas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 95.00
27. Mantas Klimavičius, Krakių Mikalojaus Katkaus vidurinė mokykla, Kėdainių r., 94.75
28. Evaldas Kazlauskas, Garliavos vidurinė mokykla, Kauno r., 93.75
28. Marijus Kirna, Barstyčių vidurinė mokykla, Skuodo r., 93.75
30. Vilius Zaboras, Skuodo Pranciškaus Žadeikio gimnazija, Skuodo r., 93.00
31. Donatas Žvykas, Vytauto Didžiojo universiteto „Rasos“ gimnazija, Kauno m., 92.50
31. Karolis Švitra, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 92.50
31. Paulius Putrimas, Svėdasų Juozo Tumo-Vaižganto gimnazija, Anykščių r., 92.50
34. Vladimir Chorošajev, „Juventos“ gimnazija, Vilniaus m., 92.00
35. Eglė Tylaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 91.25
36. Žilvinas Jagėla, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Vilniaus m., 90.75
37. Domas Skorupskas, „Santaros“ gimnazija, Kauno m., 90.50
37. Ričardas Tvaskūnas, „Romuvos“ gimnazija, Šiaulių m., 90.50
39. Nerijus Griciūnas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 89.75
40. Giedrius Jočbalis, Kintų vidurinė mokykla, Šilutės r., 88.75
40. Kasparas Smaliukas, Šeduvos gimnazija, Radviliškio r., 88.75
42. Tadas Strikauskas, Mažeikių Merkelio Račkausko gimnazija, Mažeikių r., 88.50
43. Evgenij Timošenko, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 88.25
44. Aleksej Stolicyn, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 87.50
44. Radvilas Šeputis, Vytauto Didžiojo gimnazija, Vilniaus m., 87.50
46. Marius Alešiūnas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 87.00
47. Tomas Ostaševičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 86.75
47. Vaiva Šufinskaitė, Gruzdžių gimnazija, Šiaulių r., 86.75
49. Tatjana Liakina, „Juventos“ gimnazija, Vilniaus m., 86.50
50. Andrius Naruševičius, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 86.25
50. Aurimas Andriušaitis, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 86.25

Senjoras, 12 klasė, 50 geriausiųjų

1. Aistis Atminas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 145.00
2. Kęstutis Česnavičius, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 143.75
3. Ieva Grublytė, Žemaičių Naumiesčio vidurinė mokykla, Šilutės r., 131.25
4. Lukas Krasauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 128.00
5. Pavel Iljushenko, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 127.50
6. Aurimas Vyšniauskas, Rokiškio Juozo Tūbelio gimnazija, Rokiškio r., 119.00
7. Šarūnas Dirmeikis, „Ąžuolyno“ gimnazija, Klaipėdos m., 118.25
8. Laurynas Mikšys, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 117.00
9. Vidas Paltarackas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 112.50
10. Mantas Briliauskas, „Volungės“ vidurinė mokykla, Alytaus m., 110.00
11. Marius Damarackas, Nemenčinės 2-oji vidurinė mokykla, Vilniaus r., 107.50
12. Mažvydas Radavičius, Kuršėnų Pavenčių vidurinė mokykla, Šiaulių r., 106.25
12. Michail Muchin, Visagino „Atgimimo“ gimnazija, Visagino m., 106.25
12. Vytautas Miežys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 106.25
15. Liudas Sagevičius, „Laisvės“ gimnazija, Vilniaus m., 104.25
15. Vilius Degutis, Biržų „Saulės“ gimnazija, Biržų r., 104.25
17. Mindaugas Čekanavičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 103.75
18. Martynas Baužys, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 103.25
19. Aleksas Mazeliauskas, Mažeikių „Gabijos“ gimnazija, Mažeikių r., 102.50
19. Eimantas Verenius, „Volungės“ vidurinė mokykla, Alytaus m., 102.50
21. Raimond Bogdiun, Jašiūnų „Aušros“ vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 101.25
22. Eglė Grublytė, Žemaičių Naumiesčio vidurinė mokykla, Šilutės r., 101.00
23. Mantas Zakas, „Ąžuolyno“ gimnazija, Klaipėdos m., 100.75
24. Rūta Pleitaitė, Garliavos Juozo Lukšos gimnazija, Kauno r., 100.50
25. Dovilė Lapinskaitė, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 100.25
26. Audrius Kanapeckas, Utenos Dauniškio gimnazija, Utenos r., 98.75
26. Donatas Kasparavičius, Didždvario gimnazija, Šiaulių m., 98.75
26. Ieva Muleikaitė, Jurbarko Vytauto Didžiojo vidurinė mokykla, Jurbarko r., 98.75
26. Jelena Rodevič, Jašiūnų „Aušros“ vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 98.75
30. Petras Balčiūnas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 97.50
31. Algirdas Vazgys, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 97.25
32. Saulius Narauskas, Vytauto Didžiojo universiteto „Rasos“ gimnazija, Kauno m., 96.25
33. Grigas Petraitis, Kuršėnų Lauryno Ivinskio gimnazija, Šiaulių r., 95.25
34. Eduard Prochorenko, Sedulinos vidurinė mokykla, Visagino m., 95.00
34. Karolis Miliušis, Šakių „Varpo“ vidurinė mokykla, Šakių r., 95.00
34. Paulius Pikelis, Kėdainių „Šviesioji“ gimnazija, Kėdainių r., 95.00
37. Andriejus Tarikas, „Vėtrungės“ gimnazija, Klaipėdos m., 94.50
38. Laurynas Čepulis, Vidzgirio vidurinė mokykla, Alytaus m., 94.00
38. Radvilė Žilinskaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 94.00
40. Karolis Parfeniukas, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 93.75
40. Tadas Burneikis, VŠĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 93.75
40. Viktor Dulko, Jono Pauliaus II gimnazija, Vilniaus m., 93.75
43. Bernardas Šidlauskas, Tauragės „Versmės“ gimnazija, Tauragės r., 93.50
44. Kristina Karmanova, „Vėtrungės“ gimnazija, Klaipėdos m., 93.25
45. Rimantas Melnikas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 93.00
46. Giedrius Gliožeris, Salantų gimnazija, Kretingos r., 92.50
46. Robertas Alūzas, Didždvario gimnazija, Šiaulių m., 92.50
46. Rokas Balbieris, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 92.50
49. Boris Lukin, „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 91.25
49. Darius Stungys, Pasvalio Petro Vileišio gimnazija, Pasvalio r., 91.25
49. Nerius Strelkauskis, Raseinių „Kalno“ vidurinė mokykla, Raseinių r., 91.25
49. Paulius Kažukauskas, Kėdainių „Šviesioji“ gimnazija, Kėdainių r., 91.25



Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite gautu ***KENGŪRA 2006*** pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo mokyklos šifrą (jį Jums pasakys mokytojas) ir pavadinimą.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria kalba ir kurioje klasėje mokotės.
5. Nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo vardą ir pavardę. Raides įrašykite į baltus langelius.

Pavyzdys: **Pavardė** J O N A I T I S

6. Išsprendę kiekvieną testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: ☒

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

	Mažylis				Bičiulis		Kadetas		Jaunioras		Senjoras	
Klasė	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Užduočių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizavimo komitetui grąžinkite tik šią kortelę. Užduočių lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas, Nacionalinis egzaminų centras, 2006

Kartu ten vyko ir tarptautinė *Kengūros* stovykla, kurioje kartu su mūsų lyderiais dalyvavo svečiai iš užsienio. Grupė dalyvių stovyklavo Baltarusijoje — Minske ir prie Naručio ežero.

Visi dalyviai, patekę į savo klasės penkiasdešimtukus, taip pat kiekvieno miesto, rajono ar savivaldybės 10 geriausių sprendėjų (net ir nepatekusių į 50-tukus) gavo specialius *Kengūros* prizus. Klasių nugalėtojai dar gavo pačius vertingiausius prizus — įvairios matematinės literatūros.

Kartą metuose *Kengūros* asociacijos šalių atstovai susirenka į visuotinį suvažiavimą. 2006 metais toks suvažiavimas vyko Barselonoje (Ispanija) spalio mėnesį. Jame buvo apsvarstytos užduotys, siūlytos 2007 metų konkursui. Prieš suvažiavimą iš įvairių šalių atsiųsti uždaviniai buvo atitinkamai suskirstyti į 5 grupes ir sudėti į storą knygą. Tokį rinkinį gavo kiekvienos šalies atstovai. Iš viso sąrašo balsuojant buvo sudarytos rekomenduojamos užduotys (kaip įprasta, mažylių grupei — 24 klausimai, kitoms grupėms — po 30 klausimų), tada užduotys buvo tikslinamos, redaguojamos, ir išvažiuodama kiekviena šalis turėjo angliškai parengtą preliminarų užduočių rinkinį (beje, be sprendimų). Vis dėlto reikia pasakyti, kad galutinės užduotys gerokai skyrėsi nuo rekomenduotųjų — kiekviena šalis turi teisę užduotyse šį bei tą keisti, atsižvelgdama į savo skonį ir matematikos programas.

Be to, šalys, organizuojančios „Nykštuko“ konkursą, 18 klausimų užduotis jam rengia pačios.

Konkurso metu negalima naudotis skaičiuokliais. Konkursas testinis, — tai reiškia, kad tik vienas atsakymas iš penkių pateiktų yra teisingas, ir tą atsakymą reikia nustatyti. Gautą atsakymą dalyvis nurodo savo kortelėje (dalyvio kortelės pavyzdys įdėtas 16 psl.; ten paaiškinta, kaip ją reikia užpildyti). Jeigu jūs beveik neabejojate atsakymu, tai geriausia parašyti tą atsakymą, pasižymėti jį sau, sakykime, klaustuku, ir grįžti prie jo tik tada, jei liktų laiko (beje, jo greičiausiai neliks). Todėl konkursui galima ruoštis kryptingai, ne kaip egzaminui ar olimpiadai: čia įrodinėti nieko nereikia. Dėl šios priežasties konkursas yra labai demokratiškas — sakysime, geras, bet lėtas ir specialiai nesirengęs olimpiadininkas gali parodyti blogesnį rezultatą negu pritingintis, bet greitos orientacijos mokinys.

Vertinant darbus, už teisingą atsakymą duodamas prieš uždavinį nurodytas taškų skaičius, už nenurodytą atsakymą — 0 taškų, už neteisingą atsakymą atimama ketvirtadalis uždaviniui skiriamų taškų. Kad nebūtų neigiamų rezultatų, kiekvienam dalyviui iš karto skiriama 30 taškų (nykštukams — 18 taškų, mažyliams — 24 taškai). Vadinasi, teoriškai dalyvis gali gauti nuo 0 iki 150 taškų (nykštukas — nuo 0 iki 90 taškų, mažylis — nuo 0 iki 120 taškų).

Kortelės teisingas užpildymas taip pat yra testo dalis. 2007 m. konkurse nukentėjo 2 dalyviai, nenurodę savo klasės — jų darbai nebuvo vertinami. Beje, internete buvo nurodytos neteisingai kortelę užpildžiųsių dalyvių pavardės, ir jiems buvo suteikta galimybė per savaitę patikslinti duomenis (dalis dalyvių ta galimybe sėkmingai pasinaudojo).

Šioje knygelėje pateiktos 2007 m. *Kengūros* konkurso užduotys ir jų sprendimai. Kad mokinys galėtų pasitreniruoti ir pasitikrinti, knygelės gale yra visų užduočių teisingų atsakymų lentelė. Mokinys galėtų daryti taip: pasiimti iš pradžių, pavyzdžiui, žemesnės klasės testą ir atlikti jį per 75 minutes. Po to jis gali pasitikrinti atsakymus ir spręsti apie savo galimybes. Lygiai tą patį jis gali atlikti su savo ar vyresnės klasės testu — dauguma vyresniųjų klasių užduočių taip pat prieinamos jaunesniesiems.

Knygelėje pateikti visų uždavinių detalūs sprendimai, ir, jau pasitreniravus, juos galima tiesiog skaityti. Kad būtų patogiau, sprendimų dalyje po uždavinio numerio iš karto nurodoma, kuris atsakymas teisingas.

? Ženklu ? pažymėtas „spėjimas". Žinoma, dažniausiai tas spėjimas yra beveik sprendimas, tik spėjime dažniausiai remiamasi tuo, kad teisingas yra vienintelis iš penkių siūlomų pasirinkti atsakymų. Todėl atspėjus atsakymą ir pasitikrinus, kad jis tinka, nieko daugiau daryti nebereikia. Kai spėti atsakymą beprasmiška, spėjimas knygelėje iš viso neduodamas ir iš karto pateikiamas sprendimas. Dar kartą pabrėžiame — rengiantis *Kengūros* konkursui visiškai pakanka pabandyti savarankiškai paspręsti uždavinius ir paskaityti klaustuko ženklu pažymėtus spėjimus ar trumpą sprendimą. Keliais klaustukais žymimi kiti spėjimo būdai.

! Ženklu ! žymimas griežtas sprendimas. Suprantama, perskaityti sprendimą labai naudinga: čia įrodoma, kad kiti atsakymai netinka, mokoma logiškai samprotauti. Tai visada pravers gyvenime ir mokykloje, laikant egzaminus ar dalyvaujant olimpiadose. Beje, būtent *Kengūros* konkursui sugalvojama daugybė naujų gražių uždavinių. Po to tuos uždavinius galima atpažinti visur — olimpiadose, valstybinių egzaminų užduotyse ir vadovėliuose.

!! Ženklu !! (o kartais ir ženklu !!!) žymimi kiti sprendimai, dažnai trumpesni, bet reikalaujantys daugiau žinių. Keliais šauktukais taip pat žymimos pastabos, siūlomi sunkesni panašūs uždaviniai, komentarai mokytojui ir kt.

Kiek daug gali skirtis uždavinio atsakymo spėjimas (pakankamas dalyvaujant konkurse) ir to uždavinio griežtas sprendimas, labai gerai matyti, pavyzdžiui, iš uždavinių J21, S30. Apčiuopti teisingą atsakymą čia paprasta, o griežtai išspręsti uždavinį — labai sunku. Stengiantis padėti pasirengti konkursui rusų, lenkų ir anglų mokyklų moksleiviams, į knygelę taip pat įdėtos 2007 m. užduotys jų kalbomis. Tai ypač svarbu žemesniųjų klasių moksleiviams, kuriems skaityti matematinį tekstą lietuviškai sunku. Ta proga galima priminti, kad Pasaulio matematikos olimpiadoje visi moksleiviai gauna sąlygas ir rašo sprendimus gimtąja kalba.

Nuoširdžiai dėkojame:

- visiems dalyviams bei konkurso organizatoriams miestuose, rajonuose ir mokyklose, pasistengusiems, kad konkursas vyktų sklandžiai;
- Matematikos ir informatikos institutui, padėjusiam rengti konkursą, Viešajai įstaigai „Multimedijos centras humanitarams", nuveikusiai didžiumą organizacinių darbų, ir leidyklai TEV, visokeriopai rėmusiai konkursą;
- Švietimo ir mokslo ministerijai, glaudžiai bendradarbiavusiai su organizavimo komitetu ir palaikiusiai nuolatinį ryšį su mokyklomis.

Daugiau informacijos rasite internete: http://www.kengura.lt, http://www.tev.lt.

Visais iškilusiais klausimais prašom kreiptis į *Kengūros* organizavimo komitetą — tel.: (8-5) 2729318, el. paštas: info@kengura.lt, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius.

2008 metų konkursas įvyks balandžio 2 dieną, o sąlygos vėl bus parengtos lietuvių, lenkų, rusų ir anglų kalbomis.

Sėkmės rengiantis konkursui! Kviečiame gausiai dalyvauti!

Organizavimo komitetas

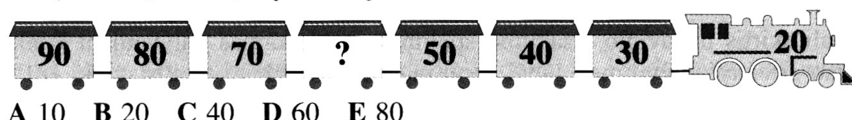
2007 m. konkurso užduočių sąlygos



NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

N1. Kokį skaičių reikia įrašyti vietoj klaustuko?



A 10 **B** 20 **C** 40 **D** 60 **E** 80

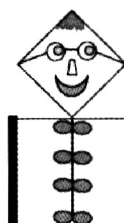
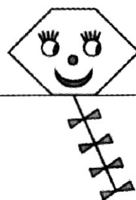
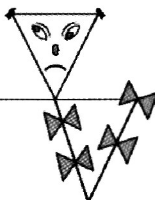
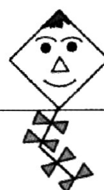
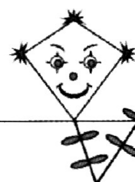
N2. Kuris dviratis brangiausias?

950 Lt 590 Lt 905 Lt 899 Lt 509 Lt

A **B** **C** **D** **E**

N3. Kurio aitvaro uodega ilgiausia?

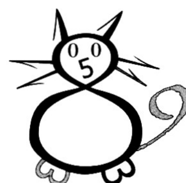
A **B** **C** **D** **E**

N4. Vakar šventėme Jonuko gimtadienį. Rytoj bus ketvirtadienis. Kurią savaitės dieną buvo Jonuko gimtadienis?

A Pirmadienį **B** Antradienį **C** Trečiadienį **D** Ketvirtadienį **E** Penktadienį

N5. Kiek *skirtingų* skaitmenų panaudota šiame piešinėlyje?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 9 **E** 13

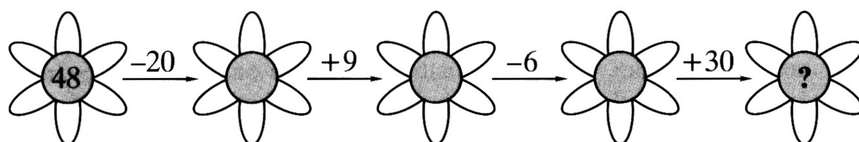


N6. Autobusu važiavo 14 keleivių. Pirmoje stotelėje 8 keleiviai išlipo, o 5 įlipo. Antroje stotelėje išlipo 1 keleivis, o įlipo 8. Kiek keleivių dabar važiuoja autobusu?

A 10 **B** 18 **C** 24 **D** 0 **E** 4

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

N7. Kokį skaičių reikia įrašyti į paskutinį ramunės žiedą?

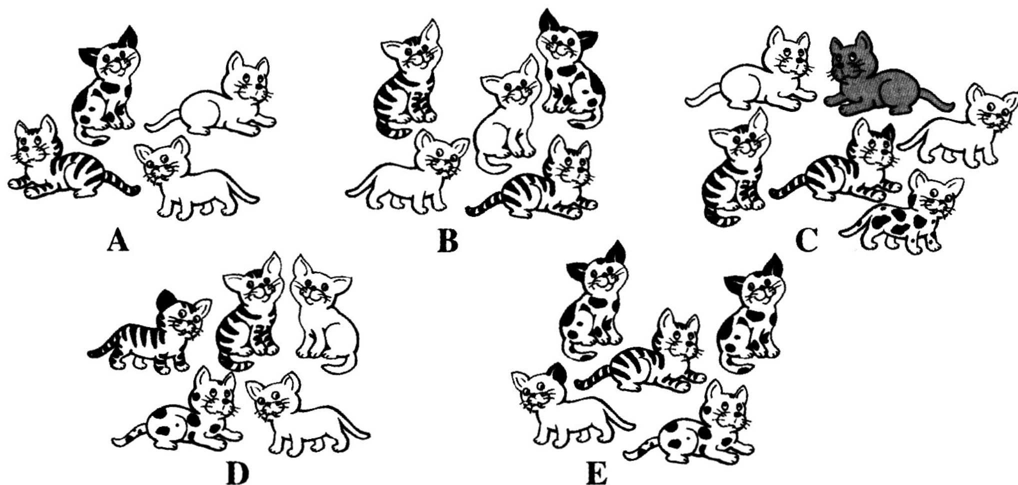


A 35 **B** 47 **C** 54 **D** 61 **E** 113

N8. Karolina gyvena bute su mama, tėčiu ir broliuku Andriumi. Kartu su jais gyvena šuo Bosas, pora katinų, dvi papūgėlės ir keturios žuvelės akvariume. Kiek iš viso kojų turi šio buto gyventojai?

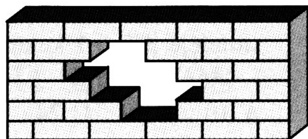
A 22 **B** 28 **C** 32 **D** 24 **E** 12

N9. Katė Vinilė atsivedė penkis kačiukus: du yra dryžuoti, vienas — dėmėtas, o likusieji — visai balti. Kuriame paveikslėlyje nupiešta Vinilės šeimynėlė, jei žinoma, kad vieno kačiuko ausys yra skirtingų spalvų?



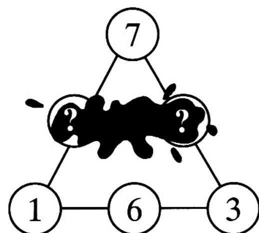
N10. Kelių plytų trūksta sienelėje?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

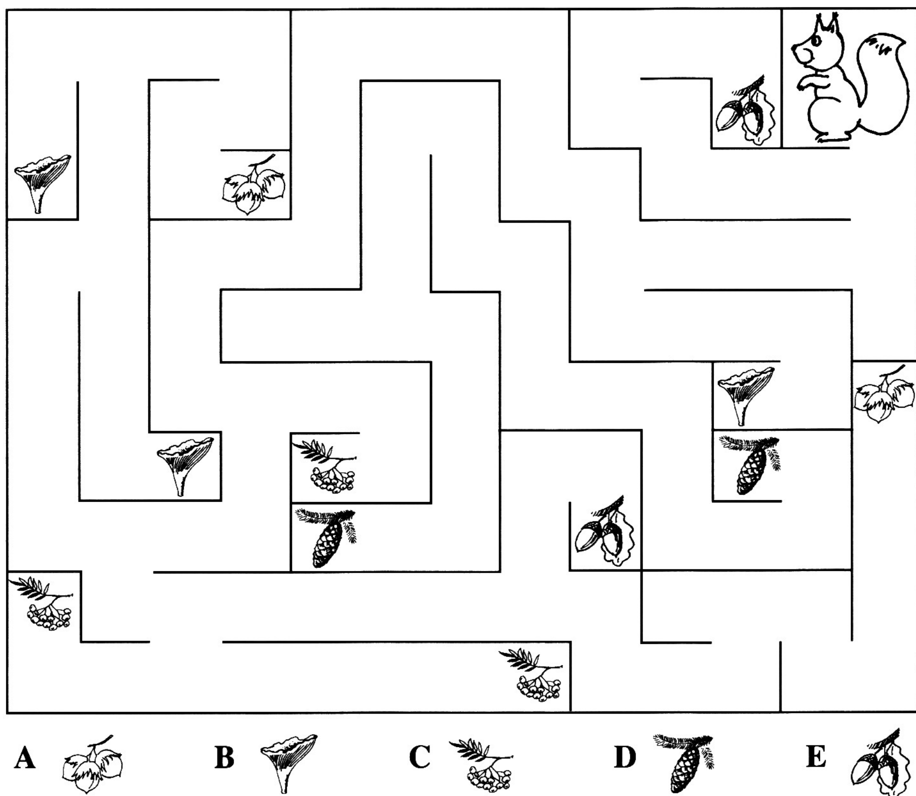


N11. Ant kiekvienos trikampio kraštinės esančių visų trijų skaičių sumos yra lygios. Ant dviejų skaičių užtiško rašalo dėmė. Kokia gali būti tų dviejų skaičių suma?

A 2 **B** 0 **C** 3 **D** 4 **E** 10



N12. Voveraitė bėgioja labirinto takais ir renka sau maistą žiemai. Ko ji negalės pasiimti?



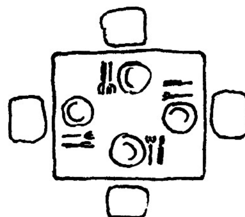
KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

N13. Paulius nori į lentelę surašyti skirtingus skaičius nuo 1 iki 9 taip, kad kiekvienos eilutės ir kiekvieno stulpelio visų trijų skaičių sumos būtų po 15. Kai kurie skaičiai jau įrašyti. Koks skaičius turi būti vietoje klaustuko?

?		4
7		
		8

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** 6

N14. Prie kvadratinio staliuko gali susėsti keturi žmonės. Kiek daugiausia būtų galima susodinti žmonių, jei į vieną eilę vieną prie kito sustumtume keturis tokius staliukus?

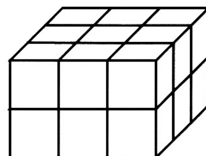


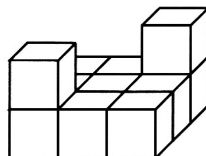
A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 12

N15. Vakar Karolis namo sugrįžo anksčiau nei Elena. Julija parėjo namo anksčiau nei Karolis. Agnė niekada negrįžta anksčiau namo nei Julija. Kas namo parėjo pirmas?

A Karolis **B** Elena **C** Julija **D** Agnė **E** Negalima atsakyti

N16. Saulius iš vienodų kubelių pastatė viršutiniame paveikslėlyje parodytą statinį. Justė pasiskolino kelis kubelius, ir Sauliaus statinys tapo toks, kokį matome apatiniame paveikslėlyje. Kiek kubelių paėmė Justė?





A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

N17. Beždžionė Kikė per dieną suėda 4 kilogramus bananų, o bezdžionė Minė — 3 kilogramus. Per kiek dienų beždžionė Minė suės tiek bananų, kiek Kikė suėda per 3 dienas?

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 7

N18. Ievutė spalvina langelius iš eilės tam tikra tvarka: pirmą langelį raudonai, antrą geltonai, trečią mėlynai, ketvirtą žaliai, penktą pilkai ir vėl kartoja spalvas ta pačia tvarka. Kokios spalvos bus trisdešimt trečias langelis?

r	g	m	ž	p	r	g	m	ž								

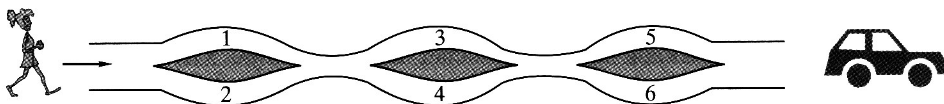
A Raudonos **B** Geltonos **C** Mėlynos **D** Žalios **E** Pilkos

MAŽYLIS (III ir IV klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

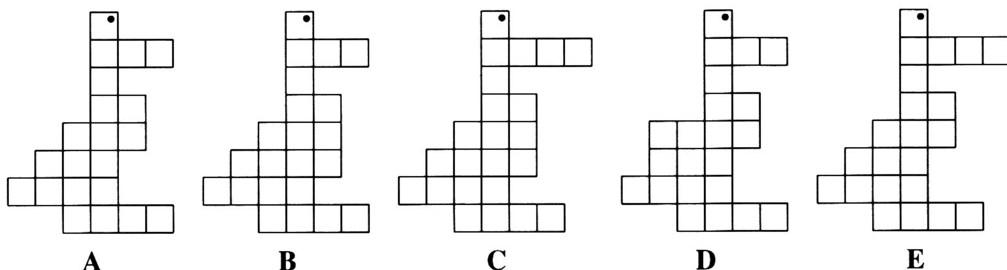
M1. Zita, eidama iki automobilio takeliu iš kairės į dešinę, susirinko į krepšelį visus jos kelyje pasitaikiusius skaičius.



Kuris skaičių rinkinys galėjo atsidurti jos krepšelyje?

A 1, 2 ir 4 **B** 2, 3 ir 4 **C** 2, 3 ir 5 **D** 1, 5 ir 6 **E** 1, 2 ir 5

M2. Kuriai kengūrėlei sudaryti prireikė daugiausia kvadratėlių?



M3. Raidę vadinsime kengūriška, jeigu ji yra ir žodyje

K E N G Ū R A, ir žodyje Š O K L I.

Kiek yra kengūriškų raidžių?

A 5 **B** 1 **C** 7 **D** 2 **E** 3

M4. Koks yra mažiausias skaičius, didesnis už 2007, bet turintis tokią pat skaitmenų sumą kaip ir 2007?

A 2016 **B** 2115 **C** 2008 **D** 1008 **E** 2070

M5. Vienoje parko takelio pusėje kas 8 metrai stovi 9 žibintai. Kengūriukas nušokavo visą kelią nuo pirmo iki paskutinio žibinto. Kiek metrų jis nušokavo?

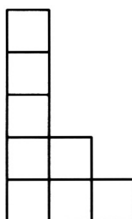
A 48 **B** 56 **C** 64 **D** 72 **E** 80

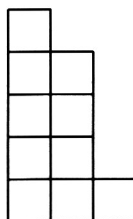
M6. Seifo kodas yra triženklis skaičius, sudarytas iš skirtingų skaitmenų. Kiek kodų galima sudaryti naudojantis tik skaitmenimis 1, 3 ir 5?

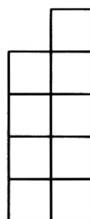
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

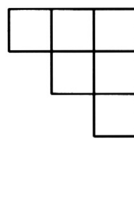
M7. Kurią iš žemiau pavaizduotų figūrų reikia pasirinkti, kad pridėjus prie jos nuspalvintąją figūrą susidarytų stačiakampis?

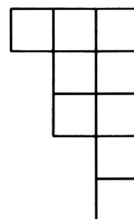



A

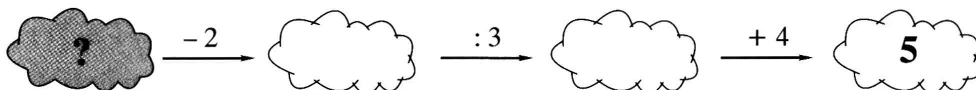

B


C


D


E

M8. Kokį skaičių reikia įrašyti į tamsųjį debesėlį, kad atlikę nurodytus veiksmus gautume paskutinio debesėlio skaičių?



A 1 **B** 3 **C** 5 **D** 7 **E** 9

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

M9. Kam lygu

$$4 \cdot 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \cdot 4\,?$$

A 32 **B** 44 **C** 48 **D** 56 **E** 144

M10. Į pavaizduoto kvadrato kiekvieną langelį reikia įrašyti skaičius 1, 2 arba 3. Kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje turi būti kiekvienas iš tų skaičių. Tomas jau įrašė kelis skaičius. Koks skaičius gali būti parašytas klaustuku pažymėtame langelyje?

1	**?**	
2	1	

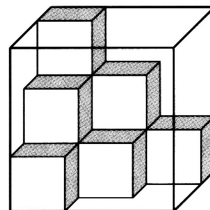
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 2 arba 3 **E** Bet kuris iš skaičių 1, 2 arba 3

M11. Asta turi 5 litus. Ji ketina pirkti 5 vienodus sąsiuvinius po 80 centų ir keletą vienodų pieštukų po 30 centų. Kiek daugiausia pieštukų ji galės nusipirkti?

A 5 **B** 4 **C** 3 **D** 2 **E** 1

M12. Danutė į kubo formos 3 dm × 3 dm × 3 dm akvariumą įdėjo kelis vienodus kubelius, kurių briauna yra 1 dm ilgio (žr. pav.). Kiek daugiausia tokių kubelių ji gali dar įdėti į akvariumą?

A 9 **B** 13 **C** 17 **D** 21 **E** 27



M13. Jonas gimė 2002 m. sausio 1 d. Jis yra vieneriais metais ir viena diena vyresnis už Petrą. Kada gimė Petras?

A 2003 m. sausio 2 d. **B** 2001 m. sausio 2 d. **C** 2000 m. gruodžio 31 d. **D** 2002 m. gruodžio 31 d. **E** 2003 m. gruodžio 31 d.

M14. Virvutė sukarpyta į 400 gabaliukų po 15 cm kiekvienas. Koks buvo tos virvutės ilgis?

A 6 km **B** 60 m **C** 600 cm **D** 6000 mm **E** 60 000 cm

M15. Petras parašė vienženklį skaičių. Po to iš dešinės prirašė dar vieną skaitmenį. Prie gauto dviženklio skaičiaus pridėjęs 19, jis gavo 72. Kokį skaičių Petras buvo parašęs iš pradžių?

A 2 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 9

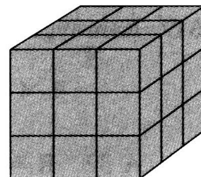
M16. Elektroninis laikrodis rodo 20:07. Kiek mažiausiai laiko turi praeiti, kad vėl pamatytume tuos pačius keturis skaitmenis (nebūtinai ta pačia tvarka)?

A 4 h 20 min **B** 6 h 00 min **C** 10 h 55 min **D** 11 h 13 min **E** 24 h 00 min

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

M17. Kubas, kurio briauna yra 3 cm, buvo nudažytas ir supjaustytas į kubelius, kurių briaunos ilgis 1 cm. Kiek kubelių turi lygiai dvi nudažytas sieneles?

A 4 **B** 6 **C** 8 **D** 10 **E** 12



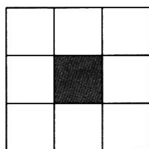
M18. *Palindromu* vadinamas skaičius, kuris nepasikeičia surašius jo skaitmenis atvirkščia tvarka (pavyzdžiui, 1331 arba 24642). Dabar automobilio nuvažiuotų kilometrų skaitiklis rodo palindromą 15951. Kiek mažiausiai kilometrų reikia nuvažiuoti, kad skaitiklis vėl rodytų palindromą?

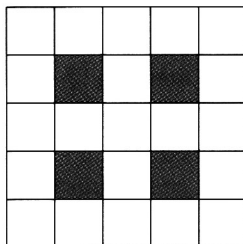
A 100 **B** 110 **C** 710 **D** 900 **E** 1010

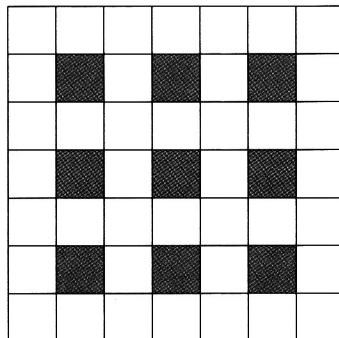
M19. Romas, Feliksas, Lina, Janina ir Andrius sustojo į eilę prie kasos. Romas stovi toliau nei Lina. Feliksas stovi arčiau nei Romas ir iškart po Janinos. Janina stovi arčiau nei Lina, bet ji nėra pirma. Kurioje vietoje stovi Andrius?

A Pirmoje **B** Antroje **C** Trečioje **D** Ketvirtoje **E** Penktoje

M20. Suskaičiuokime, kiek neužtušuotų langelių yra kiekviename iš trijų kvadratų:


8 balti langeliai


21 baltas langelis


40 baltų langelių

Kiek baltų langelių bus ketvirtame kvadrate?

A 50 **B** 60 **C** 65 **D** 70 **E** 75

M21. Iš stačiakampio 15 cm × 9 cm lapo kiekvieno kampo iškirptas kvadratas, kurio perimetras lygus 8 cm. Koks yra likusios lapo dalies perimetras (cm)?

A 48 **B** 40 **C** 32 **D** 24 **E** 16

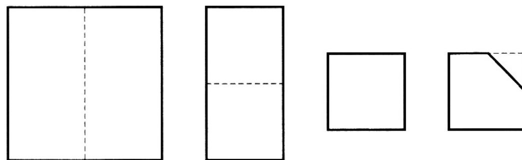
M22. Aplink apvalų stalą vienodais atstumais sustatytos kėdės, paeiliui sunumeruotos skaičiais 1, 2, 3, ... Petro kėdės numeris 11, o sėdi jis tiksliai priešais Marytę, kurios kėdės numeris 4. Kiek kėdžių yra prie stalo?

A 13 **B** 14 **C** 16 **D** 17 **E** 22

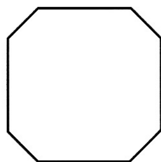
M23. Kiek skaitmenų prireiks užrašyti visiems skaičiams nuo 1 iki 100 imtinai?

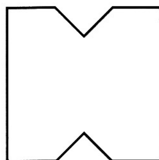
A 100 **B** 150 **C** 190 **D** 192 **E** 200

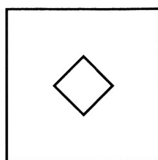
M24. Kvadratinis popieriaus lapelis dukart perlenkiamas taip, kad gautųsi keturlinkas kvadratas. Vienas iš jo keturssluoksnių kampų nukerpamas vienu tiesiu kirpimu (nebūtinai tas, kuris parodytas paveikslėlyje).

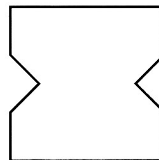


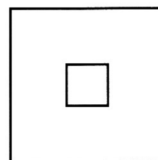
Kurio iš pavaizduotų karpinių negalima gauti vėl atlanksčius popierių?


A

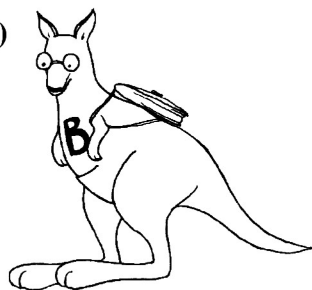

B


C


D


E

BIČIULIS (V ir VI klasės)

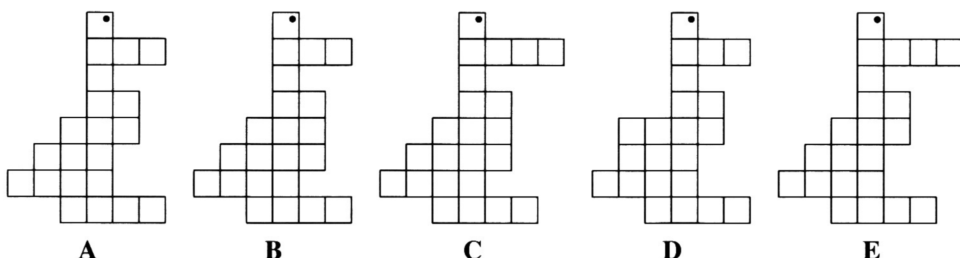


KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

B1. Raidę vadinsime kengūriška, jeigu ji yra ir žodyje K E N G Ū R A, ir žodyje Š O K L I. Kiek yra kengūriškų raidžių?

A 5 **B** 1 **C** 7 **D** 2 **E** 3

B2. Kuriai kengūrėlei sudaryti prireikė daugiausia kvadratėlių?



B3. Į pavaizduoto kvadrato kiekvieną langelį reikia įrašyti skaičius 1, 2 arba 3. Kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje turi būti kiekvienas iš tų skaičių. Tomas jau įrašė kelis skaičius. Kiek skirtingai užpildytų kvadratų gali gauti Tomas?

1		
2	1	

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

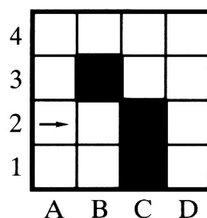
B4. Kengūra per kiekvienas 6 sekundes padaro po 4 šuolius. Per kiek sekundžių ji padarys 10 šuolių?

A 10 **B** 12 **C** 15 **D** 18 **E** 20

B5. Kiek yra $2007 : (2 + 0 + 0 + 7) - 2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 7$?

A 1 **B** 9 **C** 214 **D** 223 **E** 2007

B6. Robotas juda pavaizduoto kvadrato baltaisiais langeliais, pradėjęs kelią iš langelio A2 rodyklės kryptimi. Jis juda tiesiai, kol nesusiduria su kliūtimi (užtušuotu langeliu arba kvadrato kraštu). Susidūręs su kliūtimi, jis pasisuka 90° į dešinę. Kai ir pasisukęs robotas nebegali judėti tiesiai, jis sustoja (t. y. robotas sustoja, kai kliūtis atsiranda ir priešais jį, ir iš dešinės). Kuriame langelyje jis sustos?



A B2 **B** B1 **C** A1 **D** D1 **E** Robotas niekada nesustos

B7. Jonas yra vyresnis už Petrą vieneriais metais be vienos dienos. Jonas yra gimęs 2002 m. sausio 1 d. Kada gimęs Petras?

A 2003 m. sausio 2 d. **B** 2001 m. sausio 2 d. **C** 2000 m. gruodžio 31 d.
D 2002 m. gruodžio 31 d. **E** 2003 m. gruodžio 31 d.

B8. Stalių dirbtuvėje įrenginys gali atlikti 2 operacijas:
N — nužymėti detalę horizontaliai;
P — pasukti detalę kaip pavaizduota paveikslėlyje.
Kurias operacijas atlikę iš □ gausime ◫ ?

A PPN **B** NPP **C** PNP **D** PNN **E** PNPPP

B9. Kubo briaunos ilgis lygus 1 m. Jei kubą supjaustysime į kubelius, kurių briauna lygi 1 dm, o tuos kubelius sudėsime vieną ant kito, tai gauto statinio aukštis bus:

A 100 m **B** 1 km **C** 10 km **D** 1000 km **E** 10 m

B10. Vanda kvadratinį popieriaus lapą, kurio perimetras (bendras kraštų ilgis) yra 20 cm, perkirpo į du stačiakampius. Vieno iš gautųjų stačiakampių perimetras yra 16 cm. Koks yra kito stačiakampio perimetras?

A 8 cm **B** 9 cm **C** 12 cm **D** 14 cm **E** 16 cm

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

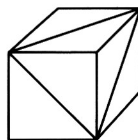
B11. Iš vienodų kvadratėlių sudėtas kvadratas. Onutė užtušavo visus kvadratėlius, esančius ant kvadrato įstrižainių. Iš kelių kvadratėlių susideda tas kvadratas, jeigu iš viso Onutė užtušavo 9 kvadratėlius?

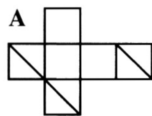
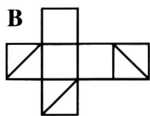
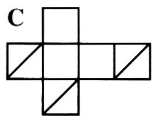
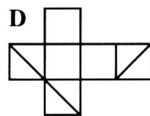
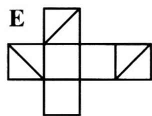
A 9 **B** 16 **C** 25 **D** 64 **E** 81

B12. Agnė, Barbora, Cecilija ir Diana užsiima kiekviena vis kita sporto šaka: karatė, futbolu, tinkliniu ir slidinėjimu. Agnė nemėgsta jokių žaidimų su kamuoliu. Slidininkė Barbora dažnai nueina pasižiūrėti, kaip sekasi žaisti futbolą jos draugei. Kuris iš žemiau pateiktų teiginių gali būti teisingas?

A Agnė yra tinklininkė **B** Barbora yra futbolininkė **C** Cecilija yra tinklininkė
D Diana yra karatistė **E** Agnė yra slidininkė

B13. Trijose kubo sienose išvestos įstrižainės taip, kaip matome paveikslėlyje. Kuri iš parodytų figūrų yra šio kubo išklotinė?



A

B

C

D

E


B14. Trijuose medžiuose iš pradžių tupėjo 60 paukščių. Kai vienu metu nuo pirmojo medžio nuskrido 6, nuo antrojo — 8, o nuo trečiojo — 4 paukščiai, tai paukščių kiekviename medyje liko po lygiai. Kiek paukščių tupėjo antrame medyje iš pradžių?

A 26 **B** 24 **C** 22 **D** 21 **E** 20

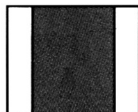
B15. Kotryna 27 cm ilgio popieriaus juostelę padalijo į 4 stačiakampius. Tada ji nubrėžė dvi atkarpas, jungiančias stačiakampių centrus (žr. pav.).



Kam lygi abiejų atkarpų ilgių suma?

A 12 cm **B** 13,5 cm **C** 14 cm **D** 14,5 cm **E** Priklauso nuo stačiakampių dydžio

B16. Du kvadratai 9 cm × 9 cm, uždėti vienas ant kito, sudaro stačiakampį 9 cm × 13 cm, kaip parodyta paveikslėlyje.
Koks yra persidengiančios dalies plotas?

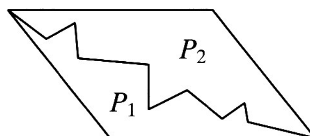


A 36 cm^2 **B** 45 cm^2 **C** 54 cm^2 **D** 63 cm^2 **E** 72 cm^2

B17. Henrikas 7:30 ryte paleido pašto balandį, kad jis nuneštų žinutę Robertui. Balandis atskrido pas Robertą 9:10. Per kiekvienas 10 minučių pašto balandis nuskrenda 4 km. Kaip toli vienas nuo kito gyvena Robertas ir Henrikas?

A 14 km **B** 20 km **C** 40 km **D** 56 km **E** 64 km

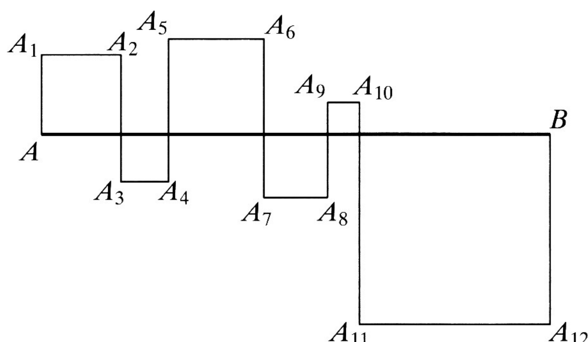
B18. Lygiagretainis laužte padalytas į dvi dalis P_1 ir P_2, kaip pavaizduota paveikslėlyje.



Kuris teiginys yra tikrai teisingas?

A P_2 perimetras yra didesnis už P_1 perimetrą
B P_2 perimetras yra mažesnis už P_1 perimetrą
C P_2 yra mažesnio ploto negu P_1
D P_1 ir P_2 perimetrai yra vienodi
E P_1 ir P_2 plotai yra lygūs

B19. Atkarpos AB ilgis lygus 24 cm. Jos galus jungia laužtė $AA_1A_2...A_{12}B$. Tarp atkarpos ir laužtės susidaro 6 kvadratai (žr. pav.). Kam lygus laužtės $AA_1A_2...A_{12}B$ ilgis?



A 48 cm
B 72 cm
C 96 cm
D 56 cm
E 106 cm

B20. 2007-toji sekos KANGAROOKANGAROOKANGAR... raidė yra

A K **B** A **C** N **D** R **E** O

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

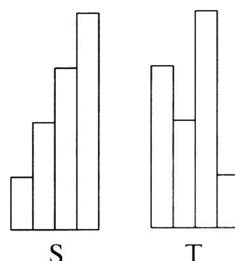
B21. Agnei 10 metų, o jos mama yra 4 kartus vyresnė. Kiek metų bus mamai, kai Agnė bus dvigubai vyresnė negu yra dabar?

A 40 **B** 50 **C** 60 **D** 70 **E** 80

B22. Prie pasirinkto dviženklio skaičiaus iš dešinės prirašę tą patį skaičių, gauname keturženklį skaičių. Kiek kartų gautasis keturženklis skaičius yra didesnis už pradinį skaičių?

A 11 **B** 101 **C** 100 **D** 1001 **E** 10

B23. Daugiakampis S sudarytas iš keturių 10 cm pločio popieriaus juostelių, kurių kiekviena 25 cm ilgesnė už prieš ją esančią. Iš tų pačių juostelių sudarytas ir daugiakampis T (žr. pav.). Keliais centimetrais daugiakampio T perimetras didesnis už daugiakampio S perimetrą?



A 20 **B** 25 **C** 40 **D** 50 **E** Perimetrai vienodi

B24. Balys sugalvoja natūralųjį skaičių. Napalys daugina jį iš 5 arba iš 6. Jonas prie Napalio rezultato prideda 5 arba 6. Andrius atėmė iš Jono rezultato 5 arba 6 ir gavo 73. Kokį skaičių buvo sugalvojęs Balys?

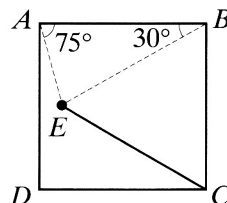
A 10 **B** 11 **C** 12 **D** 14 **E** 15

B25. Ratu surašyti penki skaičiai. Jokių dviejų gretimų ir jokių trijų gretimų skaičių suma nesidalija iš 3. Keli iš tų skaičių dalijasi iš 3?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Nustatyti neįmanoma

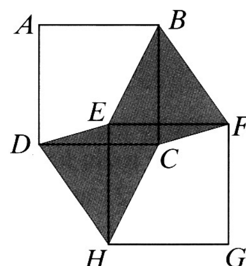
B26. Kvadrato $ABCD$ kraštinės ilgis yra 10 cm. Jo viduje pažymėtas toks taškas E, kad $\angle EAB = 75°$, $\angle ABE = 30°$. Koks yra atkarpos EC ilgis?

A 8 cm **B** 9 cm **C** 9,5 cm **D** 10 cm **E** 11 cm



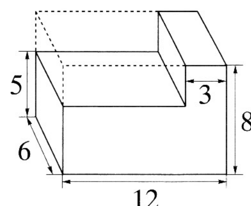
B27. Paveikslėlyje keturkampiai $ABCD$ ir $EFGH$ yra lygūs kvadratai, $AB \parallel EF$. Užtušuotos figūros plotas yra 1. Kam lygus kvadrato $ABCD$ plotas?

A 1 **B** 2 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{3}{2}$
E Priklauso nuo kvadratų tarpusavio padėties

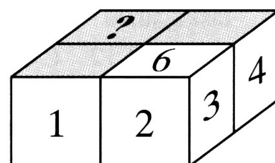


B28. Nuo stačiakampio gretasienio bloko nupjautas stačiakampio gretasienio formos gabalas (žr. pav.). Keliais procentais sumažėjo stačiakampio gretasienio bloko paviršiaus plotas?

A Mažiau kaip 12,5%
B 12,5%
C Daugiau kaip 12,5%, bet mažiau kaip 25%
D 25%
E Daugiau kaip 25%



B29. Mikas turi 4 vienodus lošimo kauliukus, kurių kiekvieno sienelės sužymėtos skaičiais 1, 2, ..., 6, o priešingų sienelių skaičių suma lygi 7. Iš 4 kauliukų Mikas sudeda paveikslėlyje pavaizduotą stačiakampį gretasienį, kuriame bet kurių dviejų besiliečiančių sienelių skaičiai yra lygūs. Kai kurių sienelių skaičiai uždažyti. Kuris iš šių skaičių gali būti sienelėje, pažymėtoje klaustuku?



A 5 **B** 6 **C** 4 **D** 3 **E** 1

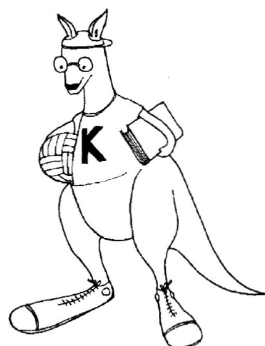
B30. Daugyboje

	Y		×			=	7	6	3	2

panaudotas kiekvienas skaitmuo nuo 1 iki 9. Kokį skaitmenį žymi raidė Y?

A 1 **B** 4 **C** 5 **D** 8 **E** 9

KADETAS (VII ir VIII klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

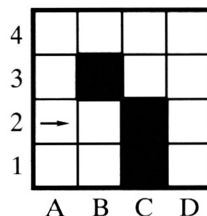
K1. Kam lygu $\dfrac{2007}{2+0+0+7}$?

A 1003 **B** 75 **C** 223 **D** 213 **E** 123

K2. Parke kiekvienoje tako pusėje kas 2 m pasodinti rožių krūmai. Tako ilgis yra 21 m. Kiek rožių krūmų galėjo būti prie tako?

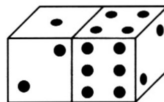
A 22, 21 arba 20 **B** 21, 20 arba 19 **C** 22 arba 20 **D** 22, 20 arba 18 **E** 21 arba 19

K3. Robotas juda pavaizduoto kvadrato baltaisiais langeliais, pradėjęs kelią iš langelio A2 rodyklės kryptimi. Jis juda tiesiai, kol nesusiduria su kliūtimi (užtušuotu langeliu arba kvadrato kraštu). Susidūręs su kliūtimi, jis pasisuka 90° į dešinę. Kai ir pasisukęs robotas nebegali judėti tiesiai, jis sustoja (t. y. robotas sustoja, kai kliūtis atsiranda ir priešais jį, ir iš dešinės). Kuriame langelyje jis sustos?



A B2 **B** B1 **C** A1 **D** D1 **E** Robotas niekada nesustos

K4. Kokia yra abiejų lošimo kauliukų visų nematomų sienelių taškų suma?

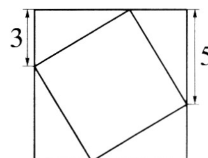


A 15 **B** 12 **C** 17 **D** 27 **E** Kitoks atsakymas

K5. Koordinačių plokštumoje pažymėti taškai $A(6; 7)$, $B(7; 6)$, $C(-6; -7)$, $D(6; -7)$ ir $E(7; -6)$. Kuri atkarpa yra lygiagreti x ašiai?

A AD **B** BE **C** BC **D** CD **E** AB

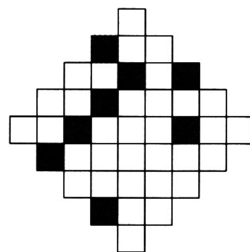
K6. Mažesnis kvadratas įbrėžtas į didesnį taip, kaip parodyta paveikslėlyje. Kam lygus mažesnio kvadrato plotas?



A 16 **B** 23 **C** 34 **D** 36 **E** 49

K7. Kiek mažiausiai kvadratėlių reikia užtušuoti, kad gauta figūra turėtų simetrijos ašį?

A 4 **B** 6 **C** 5 **D** 2 **E** 3

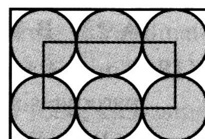


K8. Skaičius, vienodai perskaitomas ir iš kairės į dešinę, ir iš dešinės į kairę, vadinamas *palindromu*. Pavyzdžiui, skaičius 13931 yra palindromas. Kam lygus didžiausio 6-ženklio palindromo ir mažiausio 5-ženklio palindromo skirtumas?

A 989989 **B** 989998 **C** 998998 **D** 999898 **E** 999988

K9. Paveikslėlyje 6 vienodi skrituliai liečia didijį stačiakampį ir vieni kitus. Mažojo stačiakampio viršūnės yra keturių skritulių centruose, o jo perimetras yra 60 cm. Koks yra didžiojo stačiakampio perimetras?

A 160 cm **B** 140 cm **C** 120 cm **D** 100 cm **E** 80 cm

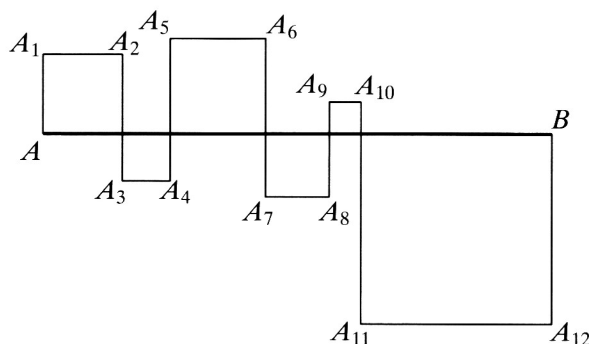


K10. Kuris iš žemiau nurodytų skaičių didžiausias, jei x yra neigiamas sveikasis skaičius?

A $x+1$ **B** $2x$ **C** $-2x$ **D** $6x+2$ **E** $x-2$.

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

K11. Atkarpos AB ilgis lygus 24 cm. Jos galus jungia laužtė $AA_1A_2\ldots A_{12}B$. Tarp atkarpos ir laužtės susidaro 6 kvadratai (žr. pav.). Kam lygus laužtės $AA_1A_2\ldots A_{12}B$ ilgis?



A 48 cm
B 72 cm
C 96 cm
D 56 cm
E 106 cm

K12. Lygiagrečiose tiesėse a ir b pažymėti 6 taškai — 4 tiesėje a ir 2 tiesėje b. Kiek yra trikampių, kurių viršūnės būtų pažymėtieji taškai?

A 6 **B** 8 **C** 12 **D** 16 **E** 18

K13. Apklausa parodė, kad $\frac{2}{3}$ vartotojų perka produktą X, o $\frac{1}{3}$ — produktą Y. Po papildomos produkto Y reklamos nauja apklausa parodė, kad $\frac{1}{4}$ tų vartotojų, kurie pirkdavo produktą X, dabar perka produktą Y. Taigi dabar produktą Y perka:

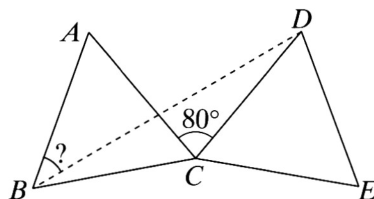
A $\frac{7}{12}$ **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{5}{12}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{2}{3}$

K14. Kad gautume 8^8, skaičių 4^4 reikia pakelti laipsniu:

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 8 **E** 16

K15. ABC ir CDE yra vienodi lygiakraščiai trikampiai. Koks yra $\angle ABD$ didumas, jei $\angle ACD = 80°$?

A 25° **B** 30° **C** 35° **D** 40° **E** 45°

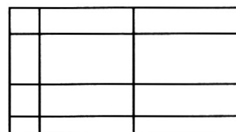


K16. Turime iš eilės einančius skaičius 1, 2, 3, 4, ..., 10 000. Keli procentai tų skaičių yra natūraliųjų skaičių kvadratai?

A 1% **B** 1,5% **C** 2% **D** 2,5% **E** 5%

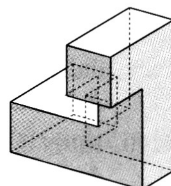
K17. Nubrėžus 9 atkarpas, galima gauti 12 langelių lentelę. Kiek daugiausia langelių gali turėti lentelė, sudaryta iš 15 atkarpų?

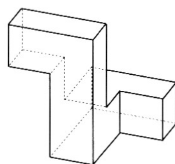
A 22 **B** 30 **C** 36 **D** 40 **E** 42



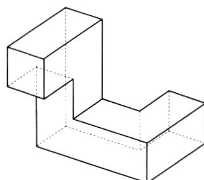
K18. Kurie iš žemiau pavaizduotų kūnų yra tas pats, kaip parodytasis dešinėje, tik pasuktas erdvėje?

A W ir Y **B** X ir Z **C** Tik Y **D** Nė vienas iš jų
E W, X ir Y

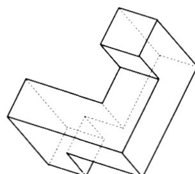




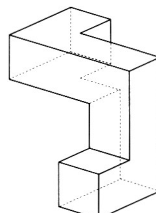
W



X



Y



Z

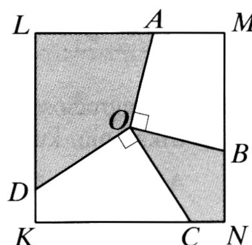
K19. Iš pavaizduotos lentelės pasirenkame tokius tris skaičius, kad jie priklausytų skirtingoms eilutėms ir skirtingiems stulpeliams. Kokia gali būti didžiausia tokių trijų skaičių suma?

A 12 **B** 15 **C** 18 **D** 21 **E** 24

1	2	3
4	5	6
7	8	9

K20. Atkarpos OA, OB, OC ir OD nubrėžtos iš kvadrato $KLMN$ centro O į kraštines taip, kad $OA \perp OB$ ir $OC \perp OD$ (žr. pav.). Jeigu kvadrato kraštinė lygi 2, tai užtušuotos dalies plotas yra:

A 1 **B** 2 **C** 2,5 **D** 2,25
E Plotas priklauso nuo taškų B ir C padėties



KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

K21. Sugedęs skaičiuoklis nerodo ekrane 1. Pavyzdžiui, renkant skaičių 3131, skaičiuoklis rodo skaičių 33 (be jokių tarpelių). Mikas surinko 6-ženklį skaičių, bet skaičiuoklis teparodė 2007. Kiek yra skaičių, kuriuos galėjo rinkti Mikas?

A 12 **B** 13 **C** 14 **D** 15 **E** 16

K22. Poilsiautojo pasivaikščiojimas truko 2 valandas: iš pradžių jis ėjo lyguma, po to kilo į kalną, vėliau tuo pačiu keliu grįžo atgal. Poilsiautojo greitis einant lyguma buvo 4 km/h, kylant į kalną — 3 km/h, o leidžiantis nuo kalno — 6 km/h. Kiek kilometrų jis nuėjo iš viso?

A Nustatyti neįmanoma **B** 6 km **C** 7,5 km **D** 8 km **E** 10 km

K23. Alius su Baliu kartu sveria mažiau negu Celestinas su Daliumi. Celestinas ir Eduardas kartu sveria mažiau negu Ferdinandas su Baliu. Kuris iš teiginių yra neabejotinai teisingas?

A Alius ir Eduardas kartu sveria mažiau negu Ferdinandas su Daliumi
B Dalius ir Eduardas kartu sveria daugiau negu Celestinas su Ferdinandu
C Dalius ir Ferdinandas kartu sveria daugiau negu Alius su Celestinu
D Alius ir Balys kartu sveria mažiau negu Celestinas su Ferdinandu
E Alius, Balys ir Celestinas kartu sveria tiek pat, kiek Dalius, Eduardas ir Ferdinandas

K24. Petriukas sugalvojo įdomų keturženklį skaičių $\overline{abcd}$. Jo skaitmuo a rodo, kiek tame skaičiuje yra nulių, skaitmuo b — kiek vienetų, skaitmuo c — kiek dvejetų, skaitmuo d — kiek trejetų. Kiek tokių keturženklių skaičių yra iš viso?

A 0 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

K25. Teigiamas sveikasis skaičius n turi 2 daliklius, o skaičius $n+1$ turi 3 daliklius. Kiek daliklių turi skaičius $n+2$?

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** Atsakymas priklauso nuo n

K26. Lentelė 3×3 užpildyta natūraliaisiais skaičiais (žr. pav.). Mikas išbraukė 4 skaičius, tada Petras išbraukė 4 skaičius iš likusių. Miko išbrauktų skaičių suma yra lygiai 3 kartus didesnė negu Petro. Kuris skaičius liko lentelėje?

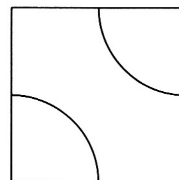
4	12	8
13	24	14
7	5	23

A 4 **B** 7 **C** 14 **D** 23 **E** 24

K27. Ratu surašyti penki skaičiai. Jokių dviejų gretimų ir jokių trijų gretimų skaičių suma nesidalija iš 3. Keli iš tų skaičių dalijasi iš 3?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Nustatyti neįmanoma

K28. Paveikslėlyje pavaizduota kvadratinė plytelė, kurioje matome du apskritimo ketvirčius. Kiekvieno jų spindulys lygus pusei plytelės kraštinės, o lanko ilgis lygus 5 dm. Iš 16 tokių plytelių sudedamas kvadratas. Kokią ilgiausią ištisinę kreivę gali sudaryti apskritimų ketvirčiai?



A 75 dm **B** 100 dm **C** 105 dm **D** 110 dm **E** 80 dm

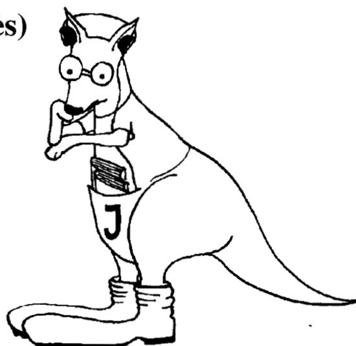
K29. Triženklį skaičių padalijus iš 9, jo skaitmenų suma sumažėjo 9. Kiek yra tokių triženklių skaičių?

A 1 **B** 2 **C** 4 **D** 5 **E** 11

K30. Kengūros skaičiuoklis leidžia atlikti tik 4 veiksmus: įvestą skaičių padauginti iš 2, padauginti iš 3, pakelti kvadratu, pakelti kubu. Kurį skaičių galime gauti po 5 veiksmų, pradėję nuo skaičiaus 15?

A $2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ **B** $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ **C** $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ **D** $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ **E** $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$

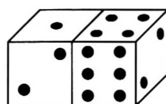
JUNIORAS (IX ir X klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

J1. Trys pirmokai — Alius, Dalius ir Valius — kartu turi 30 balionų. Jei Dalius duotų 5 balionus Valiui, Valius — 4 balionus Aliui, o Alius 2 balionus Daliui, tai tada jie visi balionų turėtų po lygiai. Kiek balionų turi Alius?
A 8 **B** 9 **C** 11 **D** 13 **E** 15

J2. Kokia yra abiejų lošimo kauliukų visų nematomų sienelių taškų suma?
A 15 **B** 12 **C** 17 **D** 27 **E** Kitoks atsakymas



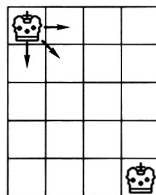
J3. Loterijoje paskelbta, kad laimingas yra kiekvienas bilietas, kurio numeris turi bent 5 skaitmenis ir kurio ne daugiau kaip 3 skaitmenys didesni už 2. Kiek yra laimingų tarp bilietų su numeriais: 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J4. Taškas D yra trikampio ABC kraštinės AB vidurio taškas, taškas E yra atkarpos DB vidurio taškas, o taškas F yra kraštinės BC vidurio taškas. $\triangle ABC$ plotas yra 96. Kam lygus $\triangle AEF$ plotas?
A 16 **B** 24 **C** 32 **D** 36 **E** 48

J5. Kotryna sudėjo savo 2007 akmenukus į tris dėžutes A, B ir C po lygiai. Jeigu Kotryna perdėtų $\frac{2}{3}$ akmenukų iš dėžutės A į dėžutę C, tai dėžutėse A ir C esančių akmenukų skaičių santykis būtų:
A 1:2 **B** 1:3 **C** 2:3 **D** 1:5 **E** 3:2

J6. Nauja organizacija turi 32 narius. Kiek narių ji turės po trejų metų, jei kasmet jos narių skaičius didės 50%, palyginus su praėjusiais metais?
A 182 **B** 128 **C** 108 **D** 96 **E** 80

J7. Karalius vienu ėjimu iš jo užimamo langelio gali patekti į bet kurį gretimą langelį (t. y. turintį bent vieną bendrą tašką su užimamu langeliu). Karalius nori mažiausiu skaičiumi ėjimų iš viršutinio kairiojo langelio patekti į apatinį dešinįjį langelį. Kiek yra tokių maršrutų?
A 1 **B** 4 **C** 7 **D** 20 **E** 35



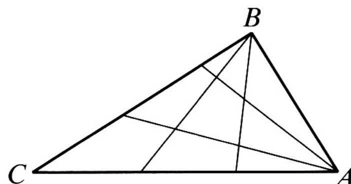
J8. Pavaizduotos lentelės trys langeliai nuspalvinti raudonai (R), vienas — žaliai (Ž). Reikia baigti spalvinti lentelę taip, kad kiekvienoje eilutėje ir kiekviename stulpelyje būtų du raudoni ir du žali langeliai. Kaip bus nuspalvinta apatinė eilutė?
A ŽRŽR **B** RŽRŽ **C** ŽRRŽ **D** RŽŽR **E** ŽŽRR

R		R	
		R	
			Ž

J9. Reiškinyje $2007 - KAN - GA - ROO$ skirtingas raides atitinka skirtingi skaitmenys, o vienodas raides — vienodi skaitmenys. Kokia gali būti mažiausia to reiškinio reikšmė?

A 100 **B** 110 **C** 112 **D** 119 **E** 129

J10. Pavaizduotame trikampyje iš viršūnių A ir B į priešingas kraštines išvesta po dvi atkarpas. Jos dalija trikampį į devynias nepersidengiančias dalis. Į kiek dalių bus padalytas trikampis, iš viršūnių A ir B išvedus po 4 atkarpas?



A 16 **B** 25 **C** 36 **D** 42 **E** 49

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

J11. Saloje gyvena teisuoliai ir melagiai (teisuoliai visada sako tiesą, o melagiai visada meluoja). Kartą 12 salos gyventojų — teisuolių ir melagių — susirinko ir pasakė kiekvienas po teiginį. Du žmonės pasakė: „Iš mūsų dvylikos lygiai 2 yra melagiai". Dar kiti keturi pasakė: „Iš mūsų dvylikos lygiai 4 yra melagiai". Likusieji pasakė: „Iš mūsų 12 lygiai 6 yra melagiai". Kiek buvo melagių tarp tų 12 salos gyventojų?

A 2 **B** 4 **C** 6 **D** 8 **E** 10

J12. Kad gautume 8^8, skaičių 4^4 reikia pakelti laipsniu:

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 8 **E** 16

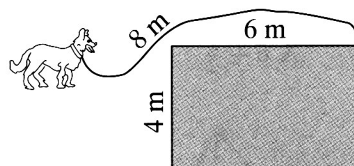
J13. Ratu surašyti penki skaičiai. Jokių dviejų gretimų ir jokių trijų gretimų skaičių suma nesidalija iš 3. Keli iš tų skaičių dalijasi iš 3?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Nustatyti neįmanoma

J14. Mokiniai sprendė įdomų *Kengūros* konkurso uždavinį. Paaiškėjo, kad uždavinį išsprendusių berniukų skaičius yra lygus uždavinio neišsprendusių mergaičių skaičiui. Kurių yra daugiau: ar iš viso mergaičių, ar iš viso išsprendusių uždavinį?

A Visų mergaičių **B** Visų išsprendusių uždavinį **C** Jų yra po lygiai
D Negalima nustatyti **E** Aprašyta situacija iš viso neįmanoma

J15. Šuo pririštas prie namo kampo 8 m ilgio grandine. Koks yra srities, kurioje gali lakstyti šuo, perimetras?



A $15\pi+16$ **B** $15\pi+20$ **C** 15π **D** $15\pi+18$
E $30\pi + 16$

J16. Yra 21.00 valanda, o aš važiuoju 100 km/h greičiu. Važiuojant tokiu greičiu benzino man užtektų 80 km. Artimiausia degalinė yra už 100 km. Benzino kiekis, kurio reikia mano automobiliui nuvažiuoti 1 km, yra proporcingas automobilio greičiui. Kada anksčiausiai aš galiu atvykti į degalinę?

A 22.12 **B** 22.15 **C** 22.20 **D** 22.25 **E** 22.30

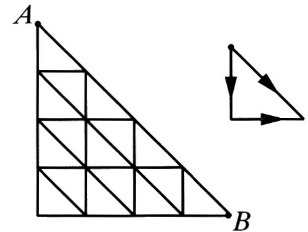
J17. Nupjovę lygiakraščio trikampio kampą, gauname trapeciją. Pridedame 2 tokias pat trapecijas vieną prie kitos taip, kad susidarytų lygiagretainis. Lygiagretainio perimetras yra 10 cm didesnis už pradinio trikampio perimetrą. Koks yra pradinio trikampio perimetras?

A 10 cm **B** 30 cm **C** 40 cm **D** 60 cm **E** Trūksta duomenų

J18. Raidžių seka
KANGAROOKANGAROO...KANGAROO
sudaryta iš 20 žodžių KANGAROO. Pirmiausia iš sekos ištrinamos visos raidės nelyginėse vietose. Tada iš likusios sekos vėl ištrinamos visos nelyginės raidės ir t. t. Pačioje pabaigoje lieka vienintelė raidė. Kokia tai raidė?
A K **B** A **C** N **D** G **E** O

J19. Dvi mokyklos susitinka stalo teniso dvejetų varžytuvėse. Kiekvienai mokyklai atstovauja po 5 moksleivius. Kiekviena galima vienos mokyklos žaidėjų pora po kartą susitinka su kiekviena galima kitos mokyklos žaidėjų pora. Po kiek kartų teks žaisti kiekvienam moksleiviui?
A 10 **B** 20 **C** 30 **D** 40 **E** 50

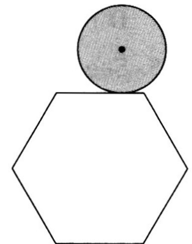
J20. Kiek yra skirtingų būdų nusileisti iš taško A į tašką B, jeigu galima judėti mažaisiais trikampiukais žemyn, dešinėn arba įstrižai, kaip parodyta paveikslėlyje?
A 16 **B** 27 **C** 64 **D** 90 **E** 111



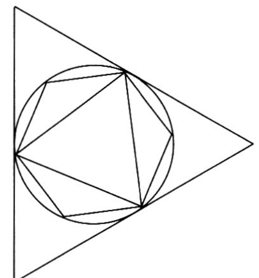
KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

J21. Miestelyje nėra dviejų žmonių, turinčių vienodą skaičių plaukų. Niekas neturi būtent 2007 plaukų. Jonas turi daugiausia plaukų visame miestelyje. Miestelio gyventojų skaičius yra didesnis negu Jono plaukų skaičius. Koks yra didžiausias galimas miestelio gyventojų skaičius?
A 0 **B** 2006 **C** 2007 **D** 2008 **E** 2009

J22. 1 cm skersmens moneta vieną kartą aprieda taisyklingąjį šešiakampį, kurio kraštinės ilgis yra 1 cm. Kiek centimetrų sudaro monetos centro nueitas kelias?
A $6+\frac{\pi}{2}$ **B** $6+\pi$ **C** $12+\pi$ **D** $6+2\pi$ **E** $12+2\pi$



J23. Lygiakraštis trikampis ir taisyklingasis šešiakampis yra įbrėžti į apskritimą, kuris pats yra įbrėžtas į lygiakraštį trikampį (žr. pav.). Didžiojo lygiakraščio trikampio plotą pažymėkime S, mažojo lygiakraščio trikampio — s ir taisyklingojo šešiakampio — Q. Kuris iš šių 5 teiginių yra teisingas?
A $Q=\sqrt{S\cdot s}$ **B** $Q=\frac{S+s}{2}$ **C** $S=s+Q$
D $Q=\sqrt{S^2+s^2}$ **E** $S=Q+3s$



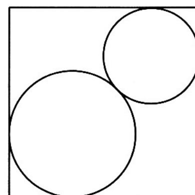
J24. A yra mažiausias natūralusis skaičius toks, kad sandauga $10 \cdot A$ yra natūraliojo skaičiaus kvadratas, o sandauga $6 \cdot A$ yra natūraliojo skaičiaus kubas. Kiek natūraliųjų daliklių turi skaičius A?

A 30 **B** 40 **C** 54 **D** 72 **E** 96

J25. Seife saugomi vėriniai. Kiekviename vėrinyje yra po tiek pat briliantų (bent po du kiekviename vėrinyje). Bendras briliantų skaičius yra toks, kad jį žinant galima garantuotai nustatyti, kiek iš viso yra vėrinių. Iš viso briliantų yra daugiau kaip 200, bet mažiau kaip 300. Kiek vėrinių saugoma seife?

A 16 **B** 17 **C** 19 **D** 25 **E** Kitas atsakymas

J26. Dviejų apskritimų centrai yra toje pačioje kvadrato įstrižainėje. Apskritimai liečia vienas kitą ir kvadrato kraštines, kaip parodyta paveikslėlyje. Kvadrato kraštinės ilgis 1 cm. Kam lygi abiejų apskritimų spindulių ilgių suma?



A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C** $\sqrt{2}-1$ **D** $2-\sqrt{2}$
E Priklauso nuo apskritimų spindulių ilgių

J27. Dėžėje yra po tris raudonas, žalias, geltonas ir mėlynas korteles. Kiekvienos spalvos kortelės sunumeruotos skaičiais 1, 2 ir 3. Iš dėžės atsitiktinai ištraukiamos trys kortelės. Kuris iš žemiau išvardytų įvykių yra tikėtiniausias?

A Visos trys kortelės yra tos pačios spalvos
B Visų trijų kortelių numeriai yra skirtingi
C Visos trys kortelės yra skirtingų spalvų
D Visų trijų kortelių numeriai yra vienodi
E Įvykių **A**, **B**, **C** ir **D** tikimybės yra vienodos

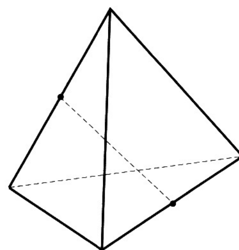
J28. Vakarėlyje keturi draugai keičiasi dovanomis — kiekvienas įteikia dovaną vienam draugui ir pats gauna dovaną tik iš vieno draugo (žinoma, pats sau dovanos niekas neduoda). Keliais būdais galima tai padaryti?

A 24 **B** 16 **C** 12 **D** 10 **E** 9

J29. Apibrėžkime funkciją $f(x)$ taip: kiekvienam realiajam skaičiui x jos reikšmė yra mažiausias iš skaičių $4x+1$, $x+2$, $-2x+4$. Kokia yra didžiausia funkcijos $f(x)$ reikšmė?

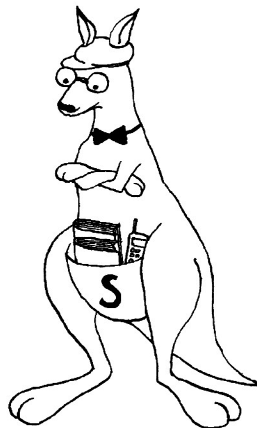
A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{7}{3}$ **D** $\frac{8}{3}$ **E** 3

J30. Taisyklingosios trikampės piramidės (tetraedro) visos 6 briaunos lygios. Atkarpos, jungiančios dviejų nesikertančių briaunų vidurio taškus, ilgis lygus 6 cm. Kam lygus to tetraedro tūris (cm^3)?



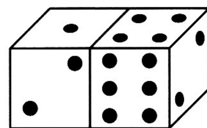
A 18 **B** 36 **C** 48 **D** 72 **E** 144

SENJORAS (XI ir XII klasės)



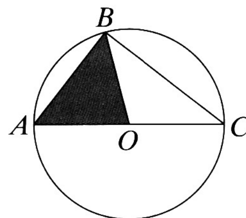
KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

S1. Kokia yra abiejų lošimo kauliukų visų nematomų sienelių taškų suma?
A 15 **B** 12 **C** 17 **D** 27 **E** Kitoks atsakymas



S2. Kad gautume 8^8, skaičių 4^4 reikia pakelti laipsniu:
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 8 **E** 16

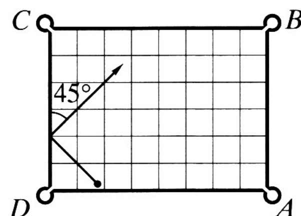
S3. Užtušuoto trikampio plotas yra $\sqrt{3}$.
Kam lygus trikampio ABC plotas?
A $2\sqrt{3}$ **B** 2 **C** 5 **D** 5 **E** $4\sqrt{3}$



S4. Reiškinio $\dfrac{\sin 1^\circ + \cos 1^\circ}{\sin 89^\circ + \cos 89^\circ}$ reikšmė yra lygi:

A $\frac{1}{89}$ **B** $\operatorname{tg} 1^\circ$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\operatorname{ctg} 1^\circ$ **E** 1

S5. Rutulys atšoka nuo kengūriškojo biliardo sienelės 45° kampu (žr. pav.). Į kurią kišenę jis įkris?
A A **B** B **C** C **D** D **E** Neįkris nė į vieną

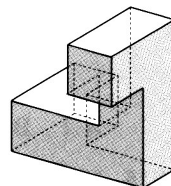


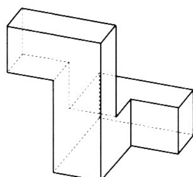
S6. Ratu surašyti penki skaičiai. Jokių dviejų gretimų ir jokių trijų gretimų skaičių suma nesidalija iš 3. Keli iš tų skaičių dalijasi iš 3?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Nustatyti neįmanoma

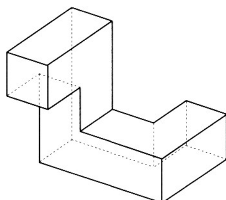
S7. Laikydamas egzaminą Petras teisingai atsakė į 80% testo klausimų, o į likusius 5 testo klausimus atsakymų nežinojo. Kiek klausimų buvo teste?
A 20 **B** 25 **C** 30 **D** 35 **E** 40

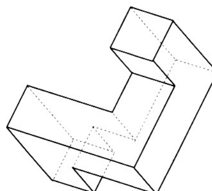
S8. Kurie iš žemiau pavaizduotų kūnų yra tas pats, kaip parodytasis dešinėje, tik pasuktas erdvėje?

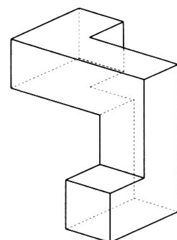
A W ir Y **B** X ir Z **C** Tik Y **D** Nė vienas iš jų
E W, X ir Y




W

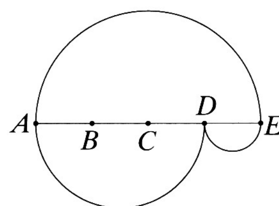

X


Y


Z

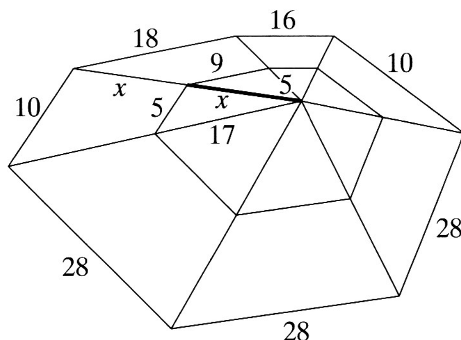
S9. Paveikslėlyje taškai B, C, D dalija atkarpą AE į 4 lygias dalis. Nubraižyti trys pusapskritimiai, kurių skersmenys yra AE, AD ir DE. Koks yra pusapskritimio AE ilgio ir pusapskritimių AD ir DE ilgių sumos santykis?

A 1:2 **B** 2:3 **C** 2:1 **D** 3:2 **E** 1:1



S10. Matematiniame voratinklyje visų atkarpų ilgiai yra sveikieji skaičiai. Kam lygus x?

A 11 **B** 13 **C** 15 **D** 17 **E** 19



KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

S11. Plokštumoje nubraižytas kvadratas $ABCD$, kurio kraštinės ilgis yra 1. Taip pat nubraižyti visi kvadratai, kurių dvi viršūnės yra kvadrato $ABCD$ viršūnės. Kokį plotą uždengia tie kvadratai?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

S12. Kampas β yra 25% mažesnis už kampą γ ir 50% didesnis už kampą α. Kiek procentų kampas γ yra didesnis už kampą α?

A 25% **B** 50% **C** 75% **D** 100% **E** 125%

S13. Jei x ir y yra sveikieji skaičiai, o $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, tai x yra lygus:

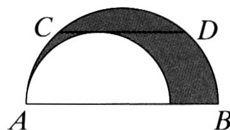
A 0 **B** 3 **C** -1 **D** 1 **E** 2

S14. Kam lygu

$$\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \cdots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ?$$

A 1 **B** π **C** 0 **D** 180 **E** -1

S15. Nubrėžti du pusskrituliai (žr. pav.). Didesniojo pusskritulio styga CD, kurios ilgis yra 4, yra lygiagreti skersmeniui ir liečia mažesnįjį pusskritulį. Kam lygus užtušuotos figūros plotas?



A π **B** $1{,}5\pi$ **C** 2π **D** 3π **E** Nepakanka duomenų

S16. Penkių iš eilės einančių sveikųjų skaičių suma yra lygi sekančių trijų skaičių sumai. Didžiausias iš tų aštuonių skaičių yra:

A 4 **B** 8 **C** 9 **D** 11 **E** 12

S17. Tą dieną, kai gimė Tomas, jo mamai sukako 20 metų, taigi jų gimtadieniai sutampa. Kiek bus gimtadienių, kai mamos amžius dalysis iš Tomo amžiaus?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

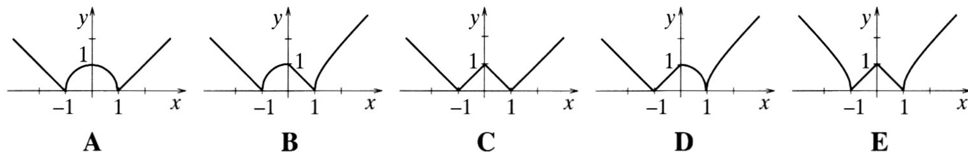
S18. Yra 21.00 valanda, o aš važiuoju 100 km/h greičiu. Važiuojant tokiu greičiu benzino man užtektų 80 km. Artimiausia degalinė yra už 100 km. Benzino kiekis, kurio reikia mano automobiliui nuvažiuoti 1 km, yra proporcingas automobilio greičiui. Kada anksčiausiai aš galiu atvykti į degalinę?

A 22.12 **B** 22.15 **C** 22.20 **D** 22.25 **E** 22.30

S19. Sferos spindulys yra 3, o jos centras yra koordinačių pradžia. Kiek yra tos sferos paviršiaus taškų, kurių koordinatės — sveikieji skaičiai?

A 30 **B** 24 **C** 12 **D** 6 **E** 3

S20. Kuris iš nurodytų grafikų yra funkcijos $y = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$ grafikas?



KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

S21. Kuris iš nurodytų skaičių nėra reiškinio $x + \sqrt{x}$ reikšmė, kai x yra sveikasis skaičius?

A 870 **B** 110 **C** 90 **D** 60 **E** 30

S22. Jeigu $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ ir $f(g(x)) = x$, tai:

A $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$ **B** $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$ **C** $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$ **D** $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$ **E** $g(x) = \frac{2-3x}{4x}$

S23. Ona, Marijona ir Simona paeiliui ridena lošimo kauliuką, kol viena kuri žaidėja laimi. Ona laimi, jei iškrenta 1, 2, 3. Marijona laimi, jei iškrenta 4 arba 5. Simona laimi, jeigu iškrenta 6. Kokia tikimybė, kad laimės Simona?

A $\frac{1}{6}$ **B** $\frac{1}{8}$ **C** $\frac{1}{11}$ **D** $\frac{1}{13}$ **E** 0

S24. Kiek laipsnių turi rombo smailusis kampas, jeigu rombo kraštinės ilgis lygus įstrižainių ilgių geometriniam vidurkiui?

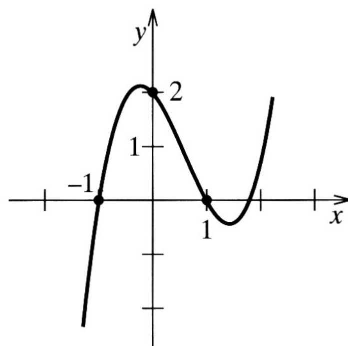
A 15° **B** 30° **C** 45° **D** 60° **E** 75°

S25. Dešinėje matome funkcijos

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

grafiko dalį. Kam lygus b?

A −4 **B** −2 **C** 0 **D** 2 **E** 4



S26. Kiek yra tokių sveikųjų skaičių a, su kuriais kvadratinė lygtis $x^2 + ax + 2007 = 0$ turi du sveikuosius sprendinius?

A 3 **B** 4 **C** 6 **D** 8 **E** 2007

S27. Kam lygi suma

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}?$$

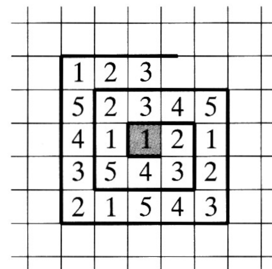
A $\frac{999}{1000}$ **B** $\frac{99}{100}$ **C** $\frac{9}{10}$ **D** 9 **E** 1

S28. Vakarėlyje penki draugai keičiasi dovanomis — kiekvienas įteikia dovaną vienam draugui ir pats gauna dovaną tik iš vieno draugo (žinoma, pats sau dovanos niekas neduoda). Keliais būdais galima tai padaryti?

A 5 **B** 10 **C** 44 **D** 50 **E** 120

S29. Sekos nariai 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, ... surašomi spirale languotame popieriuje pradedant užtušuotu langeliu. Koks skaičius bus įrašytas 100-ajame langelyje virš užtušuotojo?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5



S30. Didėjanti seka 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... susideda tik iš visų trejeto laipsnių ir skaičių, kurie yra skirtingų trejeto laipsnių sumos. Koks yra 100-tasis tos sekos narys?

A 150 **B** 981 **C** 1234 **D** 2401 **E** 3^{100}

SPRENDIMAI

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

N1. Ⓓ 60

! Matome, kad iki ? esantys skaičiai mažėja 10-čia vienetų: 90, 80, 70. Tap pat mažėja ir po ? esantys skaičiai: 50, 40, 30, 20. Vietoj ? įrašę 60, turėsime: 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20. Dabar visi skaičiai mažėja po 10.
Teisingas atsakymas **D**.

N2. Ⓐ 950 Lt

! Kadangi visi skaičiai triženkliai, tai didžiausi bus skaičiai, kurių pirmas skaitmuo didžiausias — tai 9. Turime dvi tokias kainas: 950 Lt ir 905 Lt. Iš jų didesnė yra ta, kurios antras skaitmuo didesnis — 950 Lt.
Teisingas atsakymas **A**.

N3. Ⓒ

! Lyginkime **A** ir **B** — uodegos maždaug vienodos. Bet **C** aiškiai ilgesnė už **B** — **C** uodega iki užlenkimo jau maždaug lygi **B**, o dar yra ir užlenktas galas. **D** ir **E** uodegų kiekviena dalis žymiai trumpesnė už uodegos **C** dalis, vadinasi, **D** ir **E** uodegos trumpesnės už **C**. Taigi ilgiausia uodega **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

N4. Ⓑ Antradienį

! Kadangi rytoj ketvirtadienis, tai šiandien trečiadienis. Vadinasi, vakar buvo antradienis, ir tai buvo Jonuko gimtadienis.
Teisingas atsakymas **B**.

N5. Ⓑ 6

! Matome du nulius — tai kačiuko akytės. Yra 6 vienetai — dvi ausytės ir 4 ūsai. Yra du trejetai — tai dvi letenėlės. Yra penketas — tai snukutis. Yra aštuonetas — tai kačiuko galva ir liemuo. Pagaliau, yra ir devynetas — uodega (žinoma, galima sakyti, kad tai šešetas — užtenka pažiūrėti iš kitos pusės, bet abiem atvejais — tai vienintelis skaitmuo ir atsakymui tai įtakos neturi). Išvardijome visus paveikslėlio skaitmenis — radome skaitmenis 0, 1, 3, 5, 8, 9. Taigi yra 6 skirtingi skaitmenys.
Teisingas atsakymas **B**.

N6. Ⓑ 18

! Kai pirmoje stotelėje 8 keleiviai išlipo, jų buvo $14 - 8 = 6$. Kai ten pat 5 įlipo, jų pasidarė $6 + 5 = 11$. Kai antroje stotelėje 1 išlipo, keleivių buvo $11 - 1 = 10$. Kai ten 8 keleiviai įlipo, pasidarė $10 + 8 = 18$ keleivių. Tiek dabar jų ir važiuoja autobusu.
Teisingas atsakymas **B**.

N7. Ⓓ 61

! Skaičiuojame: $48 - 20 = 28$. Įrašome 28 į antrą žiedą. Toliau, $28 + 9 = 37$, įrašome rezultatą į trečią žiedą. Dabar $37 - 6 = 31$, įrašome į ketvirtą žiedą. Pagaliau, $31 + 30 = 61$. Šį skaičių ir įrašome į penktą, paskutinį žiedą.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Skaičiuoti galima šiek tiek greičiau ir nepildyti visų žiedų: $9-6 = 3$, $30-20 = 10$, $48+10+3 = 61$.

N8. Ⓓ 24

! Kiekvienas iš 4 šeimos narių turi po 2 kojas: $4 \cdot 2 = 8$. Šuo ir 2 katinai turi po 4 kojas: $3 \cdot 4 = 12$. Papūgėlės turi po 2 kojas: $2 \cdot 2 = 4$. Žuvelės kojų neturi, taigi iš viso suskaičiavome $8+12+4 = 24$ kojas.
Teisingas atsakymas **D**.

N9. Ⓓ

! Skaitome sąlygą ir žiūrime į paveikslėlius. Paveikslėlyje **A** — 4 kačiukai, paveikslėlyje **C** — 6 kačiukai, ir į tuos paveikslėlius nebežiūrim (nes jų turi būti 5). Dviejų dryžuotų kačiukų nerandame paveikslėlyje **E**, todėl lieka paveikslėliai **B** ir **D**. Juose kačiukai vienodi — du dryžuoti, vienas dėmėtas, du balti, bet skirtingų spalvų ausytes turi tik kairysis dryžuotas kačiukas paveikslėlyje **D**.
Teisingas atsakymas **D**.

N10. Ⓑ 6

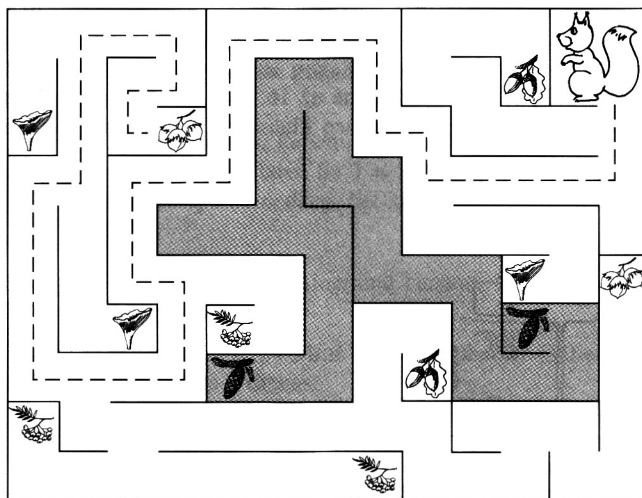
! Kad neapsiriktume, reikia skaičiuoti pagal kokią nors taisyklę. Paprasta skaičiuoti pagal sienelės plytų eiles. Pirmoje (nuo viršaus) eilėje plytų netrūksta. Antroje trūksta 1 plytos. Trečią eilę geriausia lyginti su pirmąja — trūksta 2 plytų. Ketvirtą eilę patogu lyginti su apatine — trūksta 2 plytų. Penktą eilę taip pat lyginame su apatine — trūksta 1 plytos. Taigi iš viso trūksta $1+2+2+1 = 6$ plytų.
Teisingas atsakymas **B**.

N11. Ⓐ 2

! Apatinės kraštinės skaičių suma lygi $1 + 6 + 3 = 10$. Vadinasi, kairės kraštinės skaičių suma taip pat 10, ir iki jos trūksta 2. Dešinės kraštinės skaičių suma turi būti 10, bet tiek jau turime. Vadinasi, čia aptėkštas rašalu skaičius yra 0. Taigi aptėkšti skaičiai 2 ir 0, o jų suma lygi 2.
Teisingas atsakymas **A**.

N12. Ⓓ

? Nesunku nubraižyti kelius, kaip voverė gali pasiekti grybus, riešutus, šermukšnius ir giles (pavyzdžiui, kelias prie vienų iš riešutų pavaizduotas paveikslėlyje brūkšnine linija). Kadangi konkurso teisingas atsakymas vienintelis, tai voverė negali pasiekti kankorėžių.
Renkamės atsakymą **D**.



! Vis dėlto įdomu įsitikinti, kad voverė tikrai nepasiekia kankorėžių. Kad nepavyko jų pasiekti (nubrėžti kelių) — vienas dalykas, bet kitas dalykas — o gal mes prastai stengėmės, ir kam nors

kitam tai padaryti pavyks. Čia praverčia dažnai matematikoje vartojamas metodas — pradėti „nuo galo“. Juk jeigu nėra kelio nuo voverės iki kankorėžių, tai nėra ir atvirkščio kelio — nuo kankorėžių iki voverės. O štai šiuokart tai lengvesnis uždavinys — iš karto įsitikiname, kad abu kankorėžiai yra uždaroje patalpoje, ir išsigauti iš jos neįmanoma. Taigi iki voverės (o ir iki bet kurio iš kitų skanėstų) nuo kankorėžių nusigauti neįmanoma. Kad būtų vaizdžiau, užtušuojame visą sritį, kur galima patekti nuo vieno iš kankorėžių. Matome, kad nusigauti galima tik iki kito kankorėžio. Teisingas atsakymas **D**.

N13. Ⓑ 1

? Suma 4 plius 8 lygi 12, todėl tarp 4 ir 8 reikia įrašyti 3. Dabar $7 + 3 = 10$, todėl tarp 7 ir 3, centre, reikia įrašyti 5. Gavome viduriniame paveikslėlyje pavaizduotą lentelę. Toliau taip paprastai tęsti nebeįmanoma.

?		4
7		
		8

?		4
7	5	3
		8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

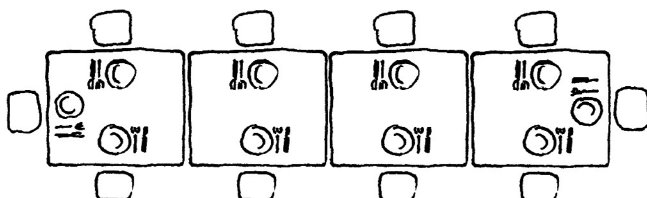
Iš bėdos galima tikrinti visus atsakymus. Vietoj klaustuko įrašome 1. Tada pirmame stulpelyje apačioje turėtų stovėti 7 — bet jis jau įrašytas. Nieko neišėjo.
Bandome vietoj klaustuko įrašyti 2. Tada po 7 reikia rašyti 6, tarp 6 ir 8 rašyti 1, tarp 2 ir 4 rašyti 9. Gavome lentelę, užpildytą pagal sąlygą (žr. paskutinį paveikslėlį).
Renkamės atsakymą **B**.

! Iki pilno sprendimo (o gal dar kuris atsakymas tinka, gal į sąlygą įsibrovė klaida?) reikia išbandyti ir likusius skaičius. 3, 4 ir 5 jau lentelėje (grįžkime prie vidurinio paveikslėlio), bandome vietoj klaustuko įrašyti 6. Bet tada tarp 6 ir 4 reikia rašyti 5, o 5 jau parašytas. Neišeina. Liko patikrinti 9 (7 ir 8 jau „užimti“). Bet tada pirmame stulpelyje jau $9 + 7 = 16$, — per daug. Taigi kiti atsakymai neteisingi.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Vis tik norisi trumpo sprendimo, be perrankos. Tokių būdų yra ne vienas, ir pateiksime du iš jų.
Kadangi pirmoje eilutėje jau yra 4, tai iki 15 trūksta vienuolikos. Sumą 11 duoda skaičių poros 2 ir 9, 3 ir 8, 4 ir 7, 5 ir 6. Bet skaičiai 3, 4 ir 5 jau užimti, taigi pirmoje eilutėje stovi 2 ir 9. Vietoj klaustuko negali stovėti 9 — turėtume pirmame stulpelyje per daug: $7 + 9 = 16$. Vadinasi, vietoj klaustuko stovi 2.
Tai dar ne sprendimo galas — o gal mums nepasiseks pildyti toliau? Bet jau matėme, kad tada viskas išeina gerai. Sprendimas baigtas.
Trumpiausias būtų bene toks būdas (žr. kairę, sąlygos, lentelę). Paklauskime savęs: kur stovi 9? Devynetas negali stovėti apatinėje eilutėje — tada tos eilutės skaičių suma būtų didesnė už 17. Negali 9 stovėti ir antroje eilutėje — jos skaičių suma būtų didesnė už 16. Dėl panašios priežasties devynetas negali stovėti vietoj klaustuko. Vadinasi, jis stovi tarp klaustuko ir 4. Taigi vietoje klaustuko stovi $15 - 9 - 4 = 2$.

N14. Ⓓ

! Sustumkime mintyse (ar paveikslėlyje) 4 staliukus:



Tada prie galinių 2 staliukų gali susėsti po 3 žmones, o prie 2 vidurinių — po 2 žmones. Iš viso galima susodinti $2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 10$ žmonių.
Teisingas atsakymas **D**.

N15. Ⓒ Julija

? Galima perrinkti atsakymus. Pirmas parėjo ne Karolis — Julija grįžo anksčiau. Tai ne Elena — Karolis grįžo anksčiau. Tai ne Agnė — Julija grįžta anksčiau. Lieka — Julija grįžo anksčiausiai. Renkamės atsakymą **C**.

! Skaitome sąlygą ir rikiuojame visus. Karolis grįžo anksčiau nei Elena — rašome K kairiau: K E. Julija parėjo anksčiau nei Karolis: J K E.
Agnė negrįžo anksčiau nei Julija, rašome: arba JAKE, arba JKAE, arba JKEA.
Bet kuriuo atveju pirma grįžo Julija.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Šios pastabos su dviem šauktukais, kaip jau užsiminta pratarmėje, skirtos ne mokinukams — jas suvokti sunkoka.
Kodėl pirmas sprendimas pažymėtas klaustuku? Argi galėtų būti abejonių dėl atsakymo? Pasirodo, jų kartais būna. Mes atmetėme tris atsakymus — **A**, **B** ir **D**. Liko atsakymai **C** ir **E**. Ar galėtų kada nors teisingas būti atsakymas **E**? Pasirodo — taip. Įsivaizduokime, kad sąlygoje prieš klausimą „Kas namo parėjo pirmas?“ yra dar toks sakinys: „Elena visada grįžta anksčiau nei Julija“. Tada ir atsakymas **C** neteisingas. Tektų rinktis atsakymą **E**. „Negalima atsakyti“. Pasirodo, ir dėl jo yra abejonių. Julija parėjo anksčiau nei Karolis, o Karolis — anksčiau nei Elena. Vadinasi, Julija parėjo anksčiau nei Elena. Kita vertus, įsivaizduojamasis sakinys teigia, kad Julija parėjo vėliau nei Elena. O taip būti negali — negali Julija pareiti ir anksčiau už Eleną, ir vėliau už Eleną. Uždavinio sąlyga prieštaringa, ir vargu ar atsakymas **E** mus patenkintų: mes puikiai suprantame, kad taip būti negalėjo. Dabar aišku štai kas: jeigu (pridėjus tą nelemtą sakinį) atsakymas **E** būtų „Tokia situacija neįmanoma“, tai neabejotinai jis būtų teisingas.
Ir dar viena pastaba. Visur laikėme (ir teisingai darėme), kad niekas negrįžo dviese vienu metu. O vis dėlto sakinys „Agnė niekada negrįžta anksčiau nei Julija“ ir reiškia, kad gal Agnė grįžo vėliau nei Julija, o gal kartu su Julija. Jeigu ji grįžo vėliau — matėme, kad viskas aišku. O dabar pagalvokime, kas būtų, jei Agnė ir Julija grįžo kartu. Schemiškai tai galima pavaizduoti taip: $^{\text{A}}_{\text{J}}$KE. Visos uždavinio sąlygos vėl išpildytos, bet teisingas atsakymas būtų toks: „Gal anksčiausiai parėjo viena Agnė, o gal Agnė kartu su Julija. Štai čia ir tiktų atskymas **E**: „Negalima atsakyti“.
Taigi turime puikų pavyzdį, kaip svarbu tiksliai suformuluoti sąlygą. Mūsų uždavinio atveju sakinį „Agnė niekada negrįžta anksčiau nei Julija“ geriau būtų buvę formuluoti taip: „Agnė visada grįžta vėliau nei Julija“.

N16. Ⓓ 7

! Suskaičiuojame, kiek kubelių viršutiniame statinyje — jų $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$. Apatiniame statinyje kubelių $9 + 2 = 11$. Vadinasi, Justė paėmė 7 kubelius.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima ir sugudrauti, visų kubelių neskaičiuoti. Kadangi kubeliai paimti iš viršutinio sluoksnio, tai tik apie jį ir galvojame: buvo $3 \cdot 3 = 9$ kubeliai, liko 2, vadinasi, paimti 7 kubeliai. Šiuokart taip skaičiuodami sutaupome nedaug, bet kartais toks būdas labai praverčia.

N17. Ⓑ 4

! Kikė per 3 dienas suėda 12 kilogramų bananų. Minė juos suės per $12 : 3 = 4$ dienas.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Galima ir pajuokauti. Jeigu Minė bananus suės per □ dienų, tai $3 \cdot 4 = \square \cdot 3$. Iš čia iš karto aišku, kad Minė bananus ės 4 dienas.

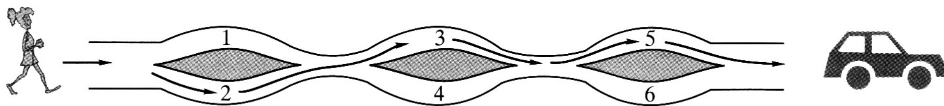
N18. Ⓒ Mėlynos

! Galima sakyti, kad iš pradžių Ievutė visomis 5 spalvomis nuspalvina po 1 langelį, o tada tai kartoja 6 kartus. Bus nuspalvinta 30 langelių, ir paskutinis bus nuspalvintas pilkai. Tada 31-ą langelį Ievutė vėl spalvins raudonai, 32-ą — geltonai, o 33-ą — mėlynai.
Teisingas atsakymas **C**.

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓒ

? Kadangi Zita nesisukioja, tai krepšelyje kartu negali atsidurti 1 ir 2, taip pat 3 ir 4 bei 5 ir 6. Vadinasi, netinka **A**, **B**, **D** ir **E**.

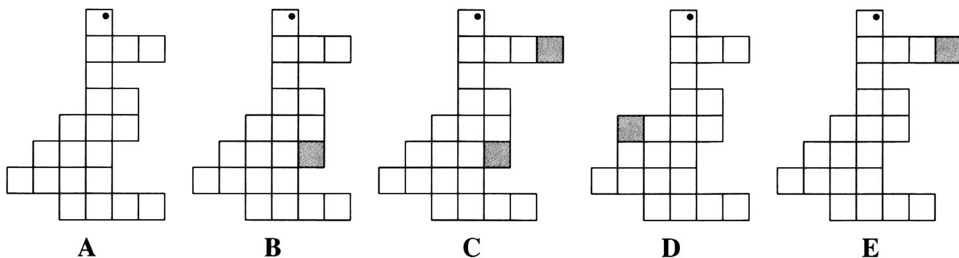


Renkamės atsakymą **C**.

! Paveikslėlyje pavaizduotas atitinkamas kelias **C**. Eidama juo, Zita iš tikrųjų susirinks skaičius 2, 3, ir 5.
Teisingas atsakymas **C**.

M2. Ⓒ

! Suskaičiuojame langelius figūrose: jų atitinkamai yra 21, 22, 23, 22, 22.



Teisingas atsakymas **C**.

!! Galima ir neskaičiuoti langelių, o lyginti figūras. Figūrų **A** ir **B** visi sluoksniai sutampa, ir tik trečiame iš apačios sluoksnyje **A** turi tris langelius, **B** — 4. Tą papildomą langelį užtušuokime (taip darykime ir toliau). Dabar lyginame **A** su **C** — **C** dar ir „nosis" ilgesnė (antras nuo viršaus sluoksnis). Figūra **D** turi vienu langeliu daugiau nei **A** — trečiame sluoksnyje. Pagaliau lyginame **E** su **A** — **E** nosis vienu langeliu ilgesnė. Taigi daugiausia langelių turi figūra **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

M3. Ⓑ 1

! Užtenka peržiūrėti trumpesniojo žodžio ŠOKLI raides. Raidžių Š, O, L, I žodyje KENGŪRA nėra. Raidė K yra ir žodyje KENGŪRA, vadinasi, tai vienintelė kengūriška raidė.
Teisingas atsakymas **B**.

M4. Ⓐ 2016

! Skaičiaus 2007 skaitmenų suma lygi 9, todėl iš karto atkrenta **C**. Skaičius **D** atkrinta, nes jis mažesnis už 2007. Lieka skaičiai **A**, **B** ir **E**, o iš jų mažiausias **A**.
Teisingas atsakymas **A**.

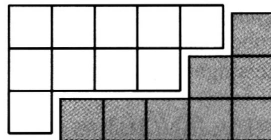
M5. Ⓒ 64

! Tarp 9 žibintų yra 8 tarpai — pagal sąlygą kiekvienas 8 m. Taigi kengūriukas nušokavo $8 \cdot 8 = 64$ metrus.
Teisingas atsakymas **C**.

M6. Ⓔ 6

! Surašykime visus kodus, kitaip sakant — visus triženklius skaičius, sudarytus iš skaitmenų 1, 3, 5, didėjimo tvarka — tai skaičiai 135, 153, 315, 351, 513, 531. Vadinasi, yra 6 kodai.
Teisingas atsakymas **E**.

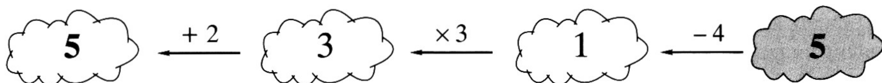
M7. Ⓑ



! Suskaičiuokime visų figūrų langelius: **A** — 8, **B** — 10, **C** — 9, **D** — 6, **E** — 9, užtušuotoji — 8. Taigi pridėjus užtušuotąją, **A** turėtų 16 langelių, **B** — 18, **C** — 17, **D** — 14, **E** — 17. Todėl **C**, **D** ir **E** iš karto atkrinta: jei jos taptų stačiakampiais, tai **C** būtų 1×17, **D** — 1×14 arba 2×7, **E** — 1×17. Bet jau iš užtušuotosios figūros matome, kad viena stačiakampio kraštinė turi būti ne trumpesnė už 3. Atkrenta ir **A** — stačiakampiai 1×16 ir 2×8 „per siauri“, ir lieka tik 4×4. Bet vėl iš pridedamosios figūros matome, kad viena stačiakampio kraštinė bus ne mažesnė už 5. Lieka **B** — ir iš stačiakampių 1×18, 2×9, 3×6 galėtų tikti tik pastarasis. Pridėti jį, kad išeitų stačiakampis — nesunku (žr. pav.).
Teisingas atsakymas **B**.

M8. Ⓑ 5

! Geriausia uždavinį spręsti „nuo galo“. Tada aišku, kad trečiame debesėlyje turi būti 1, antrame 3, taigi pirmame 5.



Teisingas atsakymas **B**.

M9. Ⓒ 48

! Iš pradžių turime sudauginti: $16 + 4 + 4 + 4 + 4 + 16$. Sugrupavę gauname $20 + 4 + 4 + 20 = 48$.
Teisingas atsakymas **C**.

M10. Ⓒ 3

1	2	3
2	1	3

? Nesunku atspėti atsakymą. Vietoj klaustuko negali būti 1 (tada, pavyzdžiui, pirmoje eilutėje būtų du vienetai). Negali būti ir 2 — tada pirmoje ir antroje eilutėje trejetai būtų vienas virš kito (žr. pav. dešinėje). Vadinasi, lieka tik 3. Tada atsakymai **A**, **B**, **D**, **E** netinka.
Renkamės atsakymą **C**.

! O gal ir atsakymas **C** netinka? Bet nesunku iki galo užpildyti lentelę pagal sąlygą: pirmoje eilutėje dar rašome 2, antroje — 3, tada trečioje eilutėje esame priversti rašyti 3, 2, 1. Gauta lentelė (žr. paskutinį paveikslėlį) tenkina sąlygą.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Vis tik įdomiau pildyti lentelę visiškai nespėliojant. Trečiame stulpelyje 1 negali būti nei pirmoje,

1	?	
2	1	
		1

→

1		
2	1	
		1

→

1		
2	1	3
3		1

→

1		2
2	1	3
3	2	1

→

1	3	2
2	1	3
3	2	1

nei antroje eilutėje — taigi jis trečioje eilutėje. Pirmo stulpelio trečias skaitmuo 3 (1 ir 2 jame jau yra), antros eilutės trečias skaitmuo taip pat 3. Dabar trečioje eilutėje antras skaitmuo būtinai 2, trečiame stulpelyje pirmas skaitmuo būtinai 2. Pagaliau klaustukui liko tik skaitmuo 3.

M11. Ⓒ 3

Sąsiuviniams Asta išleis $5 \times 80 = 400$ centų, t. y. 4 litus. Jai liks 1 litas, t. y. 100 centų. 3 pieštukus ji dar galės nusipirkti, $3 \times 30 = 90$, o 4 — nebe: $4 \times 30 = 120$.
Teisingas atsakymas **C**.

M12. Ⓒ 17

Danutė jau įdėjo $1+3+6$ kubelius (skaičiuojame „sluoksniais“). Iš viso į dėžutę telpa $3\times3\times3 = 27$ kubeliai, taigi ji dar gali įdėti $27 - 10 = 17$ kubelių.
Teisingas atsakymas **C**.

M13. Ⓐ 2003 m. sausio 2 d.

Jei Petras būtų vieneriais metais jaunesnis už Joną, tai būtų gimęs 2003 sausio 1 d. Bet jis jaunesnis metais ir viena diena, taigi gimė 2003 m. sausio 2 d.
Teisingas atsakymas **A**.

M14. Ⓑ 60 m

Kadangi $400 \cdot 15 = 6000$ cm, tai virvutės ilgis buvo 60 metrų. Beje, kiti atsakymai netinka: 6 km = 6 000 m, 600 cm = 6 000 mm = 6 m, 60 000 cm = 600 m.
Teisingas atsakymas **B**.

M15. Ⓑ 5

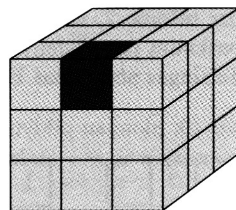
Ir vėl geriausia pradėti nuo galo. Parašęs du skaitmenis, jis gavo dviženklį skaičių $72 - 19 = 53$. Vadinasi, iš pradžių jis parašė kairįjį skaitmenį, t. y. 5.
Teisingas atsakymas **B**.

M16. Ⓐ 4 h 20 min

Mažiausias iš laiko tarpų yra **A**. Jeigu jis tinka, tai jis ir bus atsakymas. Po 4 val. bus 7 minutės po 24 val., t. y. 00:07, taigi dar po 20 min. bus 00:27. Toks rodmuo tenkina uždavinio sąlygą.
Teisingas atsakymas **A**.

Įdomu iš viso išnagrinėti, kada laikrodis rodys tinkamą laiką. Kadangi nei valandų, nei minučių pirmas skaitmuo negali prasidėti 7, tai laikai iš skaitmenų 0, 2 ir 7 (neskaitant 20:07) gali būti tik 00:27, 02:27, 07:02 ir 07:20. Iš jų anksčiausiai bus laikas 00:27.
Įdomiausia, kad atsakymas priklauso nuo ... laikrodžio. Mano stalinis laikrodis minėtais laiko momentais rodo 0:27, 2:07, 7:02 ir 7:20, žodžiu, ne keturis skaitmenis. Vadinasi, tokiems laikrodžiams teisingas atsakymas bus 24 h 00 min, t. y. **E**.

M17. Ⓔ



Dvi nudažytas sienas turės tie kubeliai, kurių dvi sienelės priklauso dviem kubo sienoms, t. y. tie, kurie yra kubo briaunos viduryje (žr. pav.). Tokių kubelių yra tiek pat, kiek ir kubo briaunų — 12. Kitų kubelių nudažytų šonelių skaičius kitoks: yra 8 „kampiniai“ kubeliai, kurių nudažytos trys sienos; kiekvienos sienos centrinis kubelis — jo nudažyta viena siena, o sienų yra 6; pagaliau 1 centrinis kubo kubelis — jo nenudažyta nė viena siena. Mes peržiūrėjome $12+8+6+1 = 27$ kubelius, t.y. visus kubelius.
Teisingas atsakymas **E**.

M18. Ⓑ 110

Tikriname atsakymus. Kadangi reikia mažiausio atsakymo, pradedame nuo **A**. Bet $15951 + 100 = 16051$ — ne palindromas. Atveju **B** turime $15951 + 110 = 16061$ — palindromą. Tai ir yra teisingas atsakymas **B**.

Kaip spręstume uždavinį, jei atsakymai nebūtų duoti? Jei pirmi trys skaitmenys 159, tai jie nusako ir likusius skaitmenis, — vadinasi, palindromų iki 16000 nėra. Bet 160 nusako palindromą 16061, o kiti palindromai didesni.

M19. Ⓐ Pirmoje

Bandykime visus rikiuoti, skaitydami sąlygą. Iš karto galima rašyti ...L ...R ... (Romas stovi toliau). Janina stovi prieš Liną: ...J ...L ...R ... Feliksas stovi iškart po Janinos: ...JF ...L ...R ... Kadangi Janina ne pirma, tai pirmas gali būti tik Andrius.
Teisingas atsakymas **A**.

Įdomu, kad sąlyga „iškart“ — nereikalinga, t. y. užtektų pasakyti, kad „Feliksas stovi po Janinos“. Negana to, nereikalinga ir sąlyga „Feliksas stovi arčiau nei Romas“. Liktų toks uždavinys: *Romas stovi toliau nei Lina. Feliksas stovi po Janinos. Janina stovi arčiau nei Lina, bet ji nėra pirma. Kurioje vietoje stovi Andrius?*
Spręsti jį galima panašiai, o galima ir kitaip. Pabandykime nustatyti, kas stovi pirmas. Romas ne pirmas (jis toliau nei Lina). Feliksas ne pirmas (jis po Janinos). Lina ne pirma (Janina arčiau). Janina nėra pirma. Vadinasi, tik Andrius gali būti pirmas. Tad kam gi tiek nereikalingų, papildomų sąlygų? Atsakymas paprastas — kad sprendėjas susipainiotų.

M20. Ⓒ 65

Nesunku suprasti taisyklę: seką sudaro kvadratai 3×3, 5×5, 7×7, vadinasi, ketvirtas bus kvadratas 9×9. Balti bus 1, 3, 5, 7, 9 stulpeliai, margi — 2, 4, 6, 8 stulpeliai. Kiekviename iš šių stulpelių balti bus 1, 3, 5, 7, 9 langeliai, juodi — 2, 4, 6, 8 langeliai. Taigi juodų langelių bus keturiuose stulpeliuose po keturis, $4 \cdot 4 = 16$. Vadinasi, baltų liks $9 \cdot 9 - 4 \cdot 4 = 81 - 16 = 65$ langeliai.
Teisingas atsakymas **C**.

M21. Ⓐ 48

Kadangi iškerpamo kvadratėlio perimetras 8 cm, tai jo kraštinė $8 : 4 = 2$ cm. Likusios dalies perimetrą sudaro dvi kraštinės po $9 - 2 \cdot 2 = 5$ cm, dvi — po $15 - 2 \cdot 2 = 11$ cm, ir aštuonios po 2 cm. Vadinasi, ieškomasis perimetras lygus $2 \cdot 5 + 2 \cdot 11 + 8 \cdot 2 = 48$ cm.
Teisingas atsakymas **A**.

Pasirodo, galima nieko ir neskaičiuoti. Kai iškerpame kvadratėlį, tai iš pradinio stačiakampio perimetro išmetame dvi atkarpas, bet taip pat pridedame dvi tokias pat kvadratėlio atkarpas. Taigi perimetras nesikeičia ir lygus $2(15 + 9) = 48$ cm.
Aišku, kad iš kampų galima iškirpti net nevienodus stačiakampius — niekas nuo to nepasikeistų (žinoma, stačiakampiai turi būti ne per dideli — tarp jų turi likti tarpai).

M22. Ⓑ 14

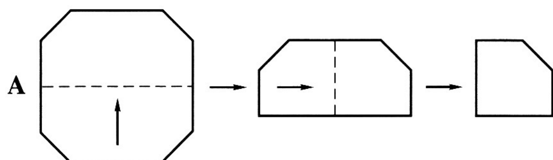
Jeigu 11 yra tiksliai prieš 4, tai 10 yra tiksliai prieš 3, 9 — tiksliai prieš 2, o 8 — tiksliai prieš 1. Tai reiškia, kad tarp 1 ir 8 vienoje pusėje („kairėje“) ir kitoje pusėje („dešinėje“) yra tiek pat vietų. Bet vienoje pusėje tarp 1 ir 8 yra 6 vietos (su numeriais 2, 3, 4, 5, 6, 7), taigi ir kitoje pusėje yra 6 vietos. Vadinasi, iš viso vietų yra $2 + 6 + 6 = 14$.
Teisingas atsakymas **B**.

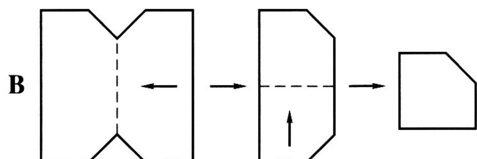
M23. Ⓓ 192

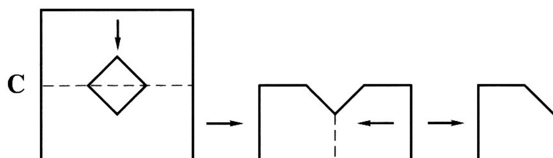
Nuo 1 iki 100 yra 100 skaičių. Iš jų 9 (nuo 1 iki 9) yra vienaženkliai, 90 (nuo 10 iki 99) dviženkliai, 1 (skaičius 100) triženklis. Taigi jiems užrašyti reikia $1 \cdot 9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 1 = 192$ skaitmenų.
Teisingas atsakymas **D**.

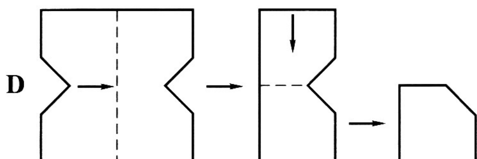
M24. Ⓔ

? Norint įrodyti, kad galima gauti konkretų karpinį, užtenka įsitikinti, kad tą karpinį galima dviem lenkimais perdaryti į kvadratą su nukirptu vienu kampu. Tai parodysime paveikslėliais, kuriuose brūkšninė linija — tai lenkimo linija, o rodyklė nurodo, kurią iš pusių užlenkiame ir darome „viršutine“ (įsivaizduokime, kad lankstome ant stalo padėtą karpinį).





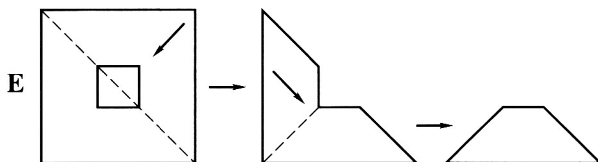




Matome, kad karpinius **A**, **B**, **C** ir **D** galima sulankstyti taip, kad tai būtų kvadratas su nukirptu kampu. Vadinasi, turėtų būti negalima sulankstyti karpinio **E**.
Renkamės atsakymą **E**.

! Paaiškinsime, kodėl nukirpus sulankstyto kvadrato kampą nepavyks gauti karpinio **E**: kad ir kaip per vertikalią ar horizontalią lenkimo liniją lenksime karpinį **E**, visi kraštai bus vertikalūs arba horizontalūs. O kvadrato kampas nukirptas įžambiai.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Išsprendus uždavinį, aišku, kad gauti pavaizduotą kvadratą iš karpinių **A**–**D** galima net jų ir nesukiojant. Negana to, kiekvieną karpinį sulankstyti galima taip, kad būtų nukirptas bet kuris kvadrato kampas (ir sąlygos žodžiai skliausteliuose nieko nereiškia).



Beje, jeigu lankstyti kvadratą būtų galima ir per įstrižaines, vienu kirpimu būtų galima gauti ir karpinį **E** (žr. paveikslėlį).

BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. Ⓑ 1
Žr. Mažylio 3 uždavinio sprendimą.

B2. Ⓒ
Žr. Mažylio 2 uždavinio sprendimą.

B3. Ⓐ 1
Žr. Mažylio 10 uždavinio sprendimą.

B4. Ⓒ 15

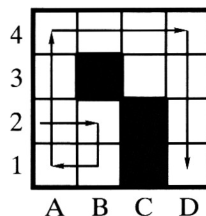
! Remiantis sąlyga, kengūra per 3 sekundes padaro 2 šuolius. Penkiskart daugiau šuolių ji padarys per penkiskart didesnį laiką, $3 \cdot 5 = 15$ sekundžių.
Teisingas atsakymas **C**.

B5. Ⓓ 223

! Pirmiausia atliekame sudėtį sklausteliuose: $2007 : 9 - 2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 7$. Kadangi $2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 7 = 0$, tai atimti nieko nereikės. Dalijame: $2007 : 9 = 223$.
Teisingas atsakymas **D**.

B6. Ⓓ D1

! Remiantis sąlyga, robotas sutikęs kliūtį suka į dešinę: A2 → B2 → B1 → A1 → A2 → A3 → A4 → B4 → C4 → D4 → D3 → D2 → D1 (žr. paveikslėlį). Patekęs iš langelio D2 į D1, robotas sustos, kadangi kliūtys yra ir prieš jį (lentelės kraštas), ir iš dešinės (užtušuotas langelis).
Teisingas atsakymas **D**.



B7. Ⓓ 2002 m. gruodžio 31 d.

! Jeigu Jonas būtų vyresnis už Petrą vieneriais metais, tai Petras būtų gimęs lygiai metais vėliau, t. y. 2003 metų sausio 1 d. Bet kadangi Petras jaunesnis už Joną vieneriais metais be 1 dienos, tai jis gimė 1 diena anksčiau, t. y. 2002 metų gruodžio 31 d.
Teisingas atsakymas **D**.

B8. Ⓑ NPP

? Atlikinėkime atsakymuose nurodytas operacijas:

□ $\xrightarrow{P}$ ◇ $\xrightarrow{P}$ □ $\xrightarrow{N}$ ⊟,

□ $\xrightarrow{N}$ ⊟ $\xrightarrow{P}$ ◇ $\xrightarrow{P}$ ◫.

Matome, kad variantas **B** tenkina uždavinio sąlygą. Kadangi pagal konkurso sąlygas yra tik vienas teisingas variantas, tai **B** ir yra teisingas atsakymas.
Renkamės atsakymą **B**.

! Įdomumo dėlei patikriname ir likusius atsakymus.

□ $\xrightarrow{P}$ ◇ $\xrightarrow{N}$ ◇ $\xrightarrow{P}$ ⧅,

□ $\xrightarrow{P}$ ◇ $\xrightarrow{N}$ ◇ $\xrightarrow{N}$ ◇,

□ $\xrightarrow{P}$ ◇ $\xrightarrow{N}$ ◇ $\xrightarrow{P}$ ⧅ $\xrightarrow{P}$ ◇ $\xrightarrow{P}$ ⧄.

Taigi daugiau niekur negavome reikiamai nužymėtos detalės.
Teisingas atsakymas **B**.

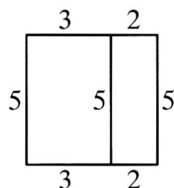
!! Atsakymuose **C**, **D** ir **E** visų operacijų atlikinėti nereikia. Iš tikrųjų, kiekviename šių atsakymų operacijų seka prasideda operacijų pora PN, jas atlikus detalėje bus išvesta įstrižainė, o jos reikiamoje detalėje nėra.

B9. Ⓐ 100 m

! Kadangi 1 m = 10 dm, tai $1\,m^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10\,dm^3 = 1000\,dm^3$. Vadinasi, supjaustę kubą turėsime 1000 kubelių, kurių briauna lygi 1 dm. Sustatę juos vieną ant kito, turėtume stulpą, kurio aukštis $1000 \cdot 1\,dm = 1000\,dm = 100\,m$.
Teisingas atsakymas **A**.

B10. Ⓓ 14 cm

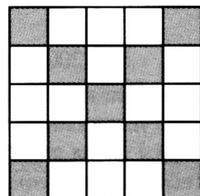
! Kvadrato kraštinė lygi 20 : 4 = 5 cm. To stačiakampio, kurio perimetras lygus 16 cm, dvi kraštinės yra lygios kvadrato kraštinėms ir kartu sudaro 10 cm, vadinasi, kitos dvi — 6 cm. Taigi to stačiakampio mažosios kraštinės kiekviena lygi 3 cm. Todėl kito stačiakampio mažoji kraštinė lygi $5 - 3 = 2$ cm, o jos perimetras $2 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 14$ cm.
Teisingas atsakymas **D**.



B11. Ⓒ 25

! Jeigu kvadratas būtų 2×2, tai užtušuoti būtų visi 4 langeliai. Jei kvadratas 3×3, tai užtušuoti būtų 5 langeliai (įžiūrėti tokį kvadratą nesunku paveikslėlyje). Kvadrato 4×4 užtušuojami 8 langeliai. Kvadrato 5×5 užtušuoti 9 langeliai iš 25 (žr. pav.).
Renkamės atsakymą **C**.

!! Kiekviena kvadrato įstrižainė eina per tiek langelių, koks yra to kvadrato kraštinės ilgis (kvadratėlio kraštinę laikysime lygia 1). Jeigu kvadrato kraštinė — nelyginis skaičius n, tai centrinis kvadrato langelis priklauso abiem įstrižainėms, ir langelių įstrižainėse yra $2n - 1$ — nelyginis skaičius. Jeigu kvadrato kraštinių skaičius n lyginis, tai kvadrato įstrižainės kertasi kvadrato vidurinių linijų susikirtimo taške, ir įstrižainės bendrų langelių neturi, taigi jose langelių yra $2n$ — lyginis skaičius. Vadinasi, Onutė tušavo kvadratą, kurio kraštinių ilgis nelyginis, $2n - 1 = 9$, $n = 5$. Todėl jos kvadratas susideda iš $5 \cdot 5 = 25$ kvadratėlių (žr. pav.).
Teisingas atsakymas **C**.

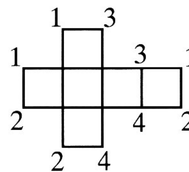


B12. Ⓒ Cecilija yra tinklininkė

! Iš uždavinio sąlygos išplaukia, kad Agnė nežaidžia futbolo ir krepšinio (nemėgsta kamuolio). Vadinasi, ji užsiiminėja karatė arba slidinėjimu. Bet slidės patinka Barborai, taigi Agnė — karatistė.
Dabar aišku, kad neteisingi teiginiai yra:
A Agnė yra tinklininkė
B Barbora yra futbolininkė
D Diana yra karatistė (nes karatistė — Agnė)
E Agnė yra slidininkė (nes slidininkė — Barbora).
Vadinasi, teisingas gali būti tik teiginys **C** Cecilija yra tinklininkė. Toks teiginys neprieštarauja nė vienam iš sąlygos teiginių, taigi galėtų būti teisingas. Ir iš tikrųjų — jis teisingas, jeigu Agnė — karatistė, Barbora — slidininkė, Cecilija — tinklininkė, Diana — futbolininkė.
Teisingas atsakymas **C**.

B13. Ⓓ

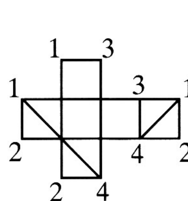
? Kaip būtų lengva išspręsti šį uždavinį pasidarius išklotines! Be jų apsieiti — jau sunkus uždavinys, o nupiešti, ką gausime sulankstę išklotinę — visai nelengva.

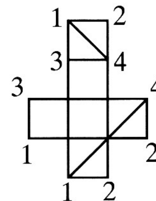


Sunumeruokime išklotinės viršūnes, kaip parodyta paveikslėlyje (viršūnės, kurios sutaps sulankščius kubą, pažymėtos tuo pačiu skaitmeniu). Pažiūrėję į sulankstyto kubo paveikslėlį, matome, kad iš kubo viršūnės išeina arba dvi sienų įstrižainės, arba nė vienos. Išklotinėje **A** iš viršūnės 1 išeina tik viena įstrižainė, vadinasi, išklotinė **A** netinka. Išklotinėje **B** iš viršūnės 2 išeina trys įstrižainės, išklotinėje **C** iš viršūnės 4 išeina viena įstrižainė, išklotinėje **E** iš viršūnės 4 išeina viena įstrižainė. Lieka išklotinė **D**. Renkamės atsakymą **D**.

! Dar reikėtų įsitikinti, kad išklotinę **D** galima sulankstyti į pavaizduotą kubą. Iš viršūnės 1 išeina dvi įstrižainės, iš viršūnės 4 — dvi įstrižainės, iš viršūnių 2 ir 3 įstrižainių nėra, taigi viltis sulankstyti norimą kubą lieka.

„Sulankstykime“ išklotinę **D** į pavaizduotą kubą. Pasukime išklotinę 90° kampu prieš laikrodžio rodyklę. Sieną 1243 laikykime priekine siena, užlenkę gretimą sieną, gauname apačią, vėl užlenkę gauname užpakalinę sieną, o dar kartą užlenkę — viršutinę sieną. Užlenkę likusius du kvadratėlius, gausime kairiąją ir dešiniąją sieną. Nesunku suvokti, kad sienų įstrižainės eina kaip tik taip, kaip pavaizduotame kube.





Teisingas atsakymas **D**.

B14. Ⓒ 22

! Iš viso nuo visų trijų medžių nuskrido $6 + 8 + 4 = 18$ paukščių. Vadinasi, jų liko $60 - 18 = 42$. Paukščių kiekviename medyje liko tiek pat, $42 : 3 = 14$. Todėl antrame medyje jų buvo $14+8 = 22$. Teisingas atsakymas **C**.

B15. Ⓑ 13,5 cm

! Kiekviena iš keturių stačiakampiuose esančių atkarpų lygi pusei atitinkamo stačiakampio pagrindo. Todėl jų suma lygi pradinės juostelės pagrindo pusei, $27 : 2 = 13{,}5$ cm. Teisingas atsakymas **B**.

B16. Ⓑ 45 cm^2

! Kiekvienos baltosios juostelės plotas lygus stačiakampio 9 cm × 13 cm ir kvadrato 9 cm × 9 cm plotų skirtumui: $9 \cdot 13 - 9 \cdot 9 = 9 \cdot 4 = 36$ (cm^2). Todėl kvadratų bendros dalies plotas lygus stačiakampio ir dviejų baltųjų juostelių ploto skirtumui: $9 \cdot 13 - 9 \cdot 4 - 9 \cdot 4 = 9 \cdot 5 = 45$ (cm^2). Teisingas atsakymas **B**.

B17. Ⓒ 40

! Balandis skrido 9 h 10 min − 7 h 30 min = 1 h 40 min, t. y. 100 minučių. Per 10 minučių jis nuskrenda 4 km, o per 100 minučių nuskrido 10 kartų daugiau, t. y. 40 km. Teisingas atsakymas **C**.

B18. Ⓓ P_1 ir P_2 perimetrai yra vienodi

! Apsiriktume manydami, kad perimetrai čia priklauso nuo plotų. Iš tikrųjų kiekvienos srities perimetrą sudaro dvi gretimos lygiagretainio kraštinės ir bendroji laužtė, todėl perimetrai P_1 ir P_2 lygūs. Vadinasi, teiginys **D** tikrai teisingas, o **A** ir **B** — neteisingi.

Kiek painiau su teiginiais apie plotus — **C** ir **E**. Jau iš akies matome, kad plotas P_2 paveikslėlyje didesnis, taigi minėti teiginiai neteisingi. Būtų blogiau, jeigu iš akies neatskirtume, kuris plotas didesnis. Tada gelbėtų tik žodžiai „tikrai teisingas“ — teiginys **C** visada teisingas, kad ir kokia laužte jungtume lygiagretainio viršūnes, o teiginiai **C** ir **E** teisingi ne visada — tai priklauso nuo laužtės formos ir padėties.
Teisingas atsakymas **D**.

B19. Ⓑ 72 cm

! Kiekvieno iš šešių kvadratų, kuriuos sudaro laužtė $AA_1A_2\ldots A_{12}B$ kartu su atkarpa AB, lygiai viena kraštinė yra atkarpoje AB, o atkarpa AB susideda iš tų kraštinių. Vadinasi, visų šešių kvadratų kraštinių (po vieną iš kiekvieno kvadrato) ilgių suma lygi $AB = 24\,\text{cm}$. Kadangi kvadrato perimetras 4 kartus didesnis už jo kraštinę, tai ir visų 6 kvadratų perimetrų suma 4 kartus didesnė už AB ilgį ir lygi $24 \cdot 4 = 96\,\text{cm}$. Laužtės $AA_1A_2\ldots A_{12}B$ ilgis lygus visų kvadratų perimetrų sumai be atkarpos AB, $96 - 24 = 72\,\text{cm}$.
Teisingas atsakymas **B**.

B20. Ⓔ O

! Žodį KANGAROO sudaro 8 raidės, todėl sekos raidės kartojasi kas 8. Kadangi 2000 dalijasi iš 8, tai likusios 7 raidės bus tos pačios, kaip ir pirmosios septynios. Taigi 2007-oji sekos raidė bus O.
Teisingas atsakymas **E**.

B21. Ⓑ 50

? Kadangi Agnei 10 metų, tai jos mamai 40 metų. Agnė bus dvigubai vyresnė po 10 metų, vadinasi, jos mamai tada bus $40 + 10 = 50$ metų.
Teisingas atsakymas **B**.

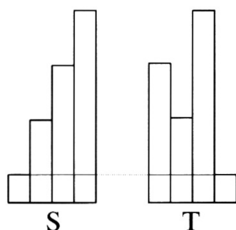
B22. Ⓑ 101

? Imame skaičių 10. Prirašę prie 10 jį patį, turėsime 1010, t. y. 101 kartų didesnį skaičių.
Renkamės atsakymą **B**.

! Įsitikinkime, kad rezultatas visada bus tas pats, kad ir kokį skaičių pasirinktume. Iš tikrųjų, jeigu turime dviženklį skaičių $\overline{ab}$ (beje, žodis „dviženklis“ reiškia, kad $a \neq 0$, taigi ir $\overline{ab} \neq 0$), tai keturženklis bus $\overline{abab}$. Jų skirtumas $\overline{abab} - \overline{ab} = \overline{ab00}$ bus 100 kartų didesnis už pradinį skaičių, todėl keturženklis skaičius už dviženklį didesnis 101 kartą.
Teisingas atsakymas **B**.

B23. Ⓓ 50

! Sunumeruokime figūros S juosteles iš kairės į dešinę. Pažymėkime 1-os juostelės aukštį x, tada 2-os juostelės aukštis $(x + 25)$, 3-os — $(x + 50)$, 4-os — $(x + 75)$. Figūros S perimetras lygus (apeiname pagal laikrodžio rodyklę) $x + 10 + 25 + 10 + 25 + 10 + 25 + 10 + x + 75 + 40 = 2x + 230\,\text{cm}$. Figūros T perimetras lygus $x + 50 + 10 + 25 + 10 + 50 + 10 + 75 + 10 + x + 40 = 2x + 280\,\text{cm}$.



Taigi T perimetras didesnis už S perimetrą 50 cm.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Nukirskime figūrų S ir T apačią, kaip parodyta paveikslėlyje. Naujųjų figūrų S′ ir T′ perimetrų skirtumas liko tas pats, nes iš S ir T perimetrų po tiek pat atmetėme ir po tiek pat pridėjome. S′ ir T′ perimetrų horizontaliosios dalys vienodos, ir užtenka pasižiūrėti, kiek skiriasi S′ ir T′ perimetrų vertikaliosios dalys. Matome, kad S′ turi 6 atkarpas po 25 cm, o T′ — 8 tokias atkarpas. Vadinasi, T′ perimetras didesnis už S′ perimetrą $2 \cdot 25 = 50\,\text{cm}$.

B24. Ⓒ 12

! Pažymėkime Balio skaičių x. Napalys gavo $5x$ arba $6x$. Jonas gavo $5x+5$, $5x+6$, $6x+5$ arba $6x+6$. Andrius gavo $5x$, $5x+1$, $6x$, $6x+1$, $5x-1$ arba $6x-1$ (du reiškiniai pasikartojo). Bet žinome, kad jis gavo 73. Taigi gal $5x$, o gal $6x$ arba lygu 73, arba vienetu skiriasi nuo 73. Vadinasi, arba $5x = 72, 73, 74$, arba $6x = 72, 73, 74$. Nė vienas iš skaičių 72, 73, 74 nesidalija iš 5; iš 6 dalijasi tik 72. Todėl $6x = 72$, $x = 12$. Patikriname: $12 \cdot 6 + 6 - 5 = 73$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Galima spręsti ir „nuo galo". Jonas pridėjo 5 arba 6, Andrius atėmė 5 arba 6, taigi Napalio rezultatas yra 73 arba skiriasi nuo jo 1. Bet 72, 73, 74 iš 5 nesidalija, todėl Napalys daugino iš 6. Bet tada jis gavo 72 (73 ir 74 iš 6 nesidalija). Todėl Balys sugalvojo skaičių $72 : 6 = 12$.

B25. Ⓒ 2

? Pasirinkime mažiausius įmanomus neneigiamus sveikuosius skaičius. Imkime 0, tada jam iš abiejų pusių galima statyti po 1, o į likusias dvi vietas negalima statyti nei dviejų nulių, nei dviejų vienetų, bet tinka 1 nulis ir 1 vienetas. Taigi turėsime 2 nulius ir 3 vienetus, t. y. 2 skaičiai dalijasi iš 3.
Renkamės atsakymą **C**.

! Iš tikrųjų atsakymas dar ne gatavas: gal galima sugalvoti rinkinį, kad trejeto kartotinių tarp jų būtų ne du, o kitoks kiekis (ir tada teisingas būtų atsakymas **E**).
Visų pirma, aišku, kad trejeto kartotinių yra ne daugiau kaip 2. Iš tikrųjų, jei būtų bent 3 kartotiniai, tai 2 iš jų atsidurtų greta, ir jų suma dalytųsi iš 3.
Liko įrodyti, kad kartotinių ne mažiau kaip 2. Iš tikrųjų, jeigu jų yra 1 arba 0, tai atsiras trys gretimi skaičiai a, b, c, kurių nė vienas nesidalija iš 3. Jeigu skaičius nesidalija iš 3, tai dalijamas iš 3 jis duoda liekaną 1 arba 2. Skaičiaus a liekana turi sutapti su skaičiaus b — kitaip jų suma dalysis iš 3. Taip pat ir skaičiaus c liekana sutampa su b — kitaip $b+c$ dalytųsi iš 3. Bet jei a, b ir c liekanos vienodos, tai jų suma dalijasi iš 3. Prieštara.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Gražiausias sprendimas, kai naudojamės ir neigiamaisiais skaičiais.
Įrodysime, kad visuomet 2 skaičiai dalijasi iš 3. Aišku, kad jei iš bet kurio skaičiaus atimsime 3, tai jo ir sumų po 2 ar sumų po 3 dalumas nepasikeis. Atiminėkime iš kiekvieno skaičiaus po 3 tol, kol jis nepavirs vienu iš skaičių -1, 0, 1. Atsiras skaičius 0 — jeigu jo nebūtų, turėtume du vienodus greta, o šalia negali stovėti toks pat (tada būtų 3 greta), ir negali stovėti priešingas (tada turėtume dviejų gretimų skaičių sumą 0). Šalia to 0 negali būti dar 0, — tada dviejų suma būtų 0. Šalia jo iš kraštų negali būti du skirtingi — tada trijų iš eilės skaičių suma būtų 0. Galime laikyti, kad tai vienetai (jeigu tai -1, galima visus skaičius padauginti iš -1), ir turime trejetą 1, 0, 1. Liko dvi gretimos vietos — galime sakyti į kairę ir į dešinę. Nė vienoje iš jų negali stovėti -1, — tada dviejų gretimų suma būtų lygi 0. Jose negali stovėti abu 0, — tada būtų 3 iš eilės vienetai. Vadinasi, vienoje pusėje stovi 1, kitoje — 0. Taigi iš viso bus du nuliai.

B26. Ⓓ 10 cm

! Kampas $\angle BEA = 180^\circ - 75^\circ - 30^\circ = 75^\circ$, todėl $BE = AB$. Bet ir $CB = AB$, taigi $CB = BE$. Vadinasi, $\triangle EBC$ lygiašonis. Jo kampas $\angle EBC = 90^\circ - \angle ABE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, todėl ir kiekvienas iš likusių kampų lygus $(180^\circ - 60^\circ) : 2 = 60^\circ$. Vadinasi, $\triangle EBC$ lygiakraštis, ir $EC = BC = 10\,\text{cm}$.
Teisingas atsakymas **D**.

B27. Ⓐ 1

! Kadangi pagal sąlygą EF ir DC lygios ir lygiagrečios, tai $DEFC$ lygiagretainis, todėl lygios ir lygiagrečios DE ir CF. Panašiai HE ir CB lygios ir lygiagrečios, todėl lygios ir lygiagrečios EB ir HC.
Sujunkime A su E. Tada $\triangle ADE = \triangle BCF$ pagal dvi kraštines ir kampą tarp lygiagrečių kraštinių.

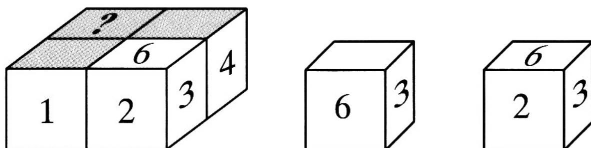
Taip pat $\triangle ABE = \triangle DCH$ pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų. Vadinasi, užtušuotas plotas lygus kvadrato $ABCD$ plotui ir lygus 1.
Teisingas atsakymas **A**.

B28. Ⓑ 12,5%

! Išpjautas gabalas yra stačiakampis gretasienis, kurio matmenys yra $9 \times 6 \times 3$. Iš bloko paviršiaus „dingo“ viršutinė ir kiarioji išpjovos siena, bet prisidėjo joms lygios apatinė ir dešinioji sienos. Vadinasi, bloko paviršius sumažėjo tik priekine ir užpakaline išpjovos sienomis, t. y. $2 \cdot 9 \cdot 3$. Bloko paviršius buvo $2(12 \cdot 6 + 12 \cdot 8 + 6 \cdot 8 = 2 \cdot 24(3 + 4 + 2))$, taigi jis sumažėjo $\frac{2 \cdot 9 \cdot 3}{2 \cdot 24 \cdot 9} = \frac{1}{8}$ dalimi, t. y. 12,5%.
Teisingas atsakymas **B**.

B29. Ⓐ 5

! Kadangi priekinio kairiojo kubelio priekinė sienelė yra 1, tai užpakalinė — 6, ir tokia pat tiriamojo kubelio priekinė sienelė, t. y. 6. Analogiškai dešinioji tiriamojo kubelio sienelė 3.



Palyginkime tiriamąjį kubelį su priekiniu dešiniuoju. Jeigu pastarąjį paverstume taip, kad 6 atsidurtų priekyje, o 2 — apačioje, tai viršutinė sienelė bus 5. Tokia ir tiriamojo kubelio viršutinė sienelė.
Teisingas atsakymas **A**.

B30. Ⓒ

! Išskaidome dešinę pirminiais: $7632 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 53$. Kairėje dviženklis dauginamasis negali būti 53 (nes 3 jau užimtas lygybės dešinėje), taip pat kiti 53 kartotiniai — nes jie triženkliai. Vadinasi, 53 kartotinis yra kairysis dauginamasis.
Kadangi triženklis dauginamasis yra $53A$, tai $53 \cdot A \times \square\square = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 53$, $A \times \square\square = 2^4 \cdot 3^2 (= 144)$. Bet $\square\square \geqslant 15$ ($\square\square \neq 12$, nes 2 užimtas skaičiuje 7632, o 10, 11, 13, 14 nėra 144 dalikliai), todėl $A \leqslant \frac{144}{15} < 10$, t. y. A vienaženklis. Turime $A \times \square\square = 2 \times 72 = 3 \times 48 = 4 \times 36 = 6 \times 24 = 8 \times 18 = 9 \times 16$. Dviženkliui $\square\square$ skaitmenys 2, 3, 6 „uždrausti“, taigi lieka galimybės 3×48 ir 8×18. Iš jų $A = 8$ netinka, nes $53A = 5 \cdot 3 \cdot 8 = 424$ turi dvejetą, todėl $A = 3$, $\square\square = 48$. Tada $\square Y \square = 53 \cdot 3 = 159$, $Y = 5$. Tikriname: $159 \times 48 = 7632$, ir skaitmenys nesikartoja.
Teisingas atsakymas **C**.

KADETAS (VII ir VIII klasės)

K1. Ⓒ 223

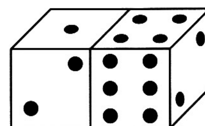
Turime $\frac{2007}{2+0+0+7} = \frac{2007}{9} = 223$
Teisingas atsakymas **C**.

K2. Ⓐ 22, 21 arba 20

Vienoje tako pusėje galėjo būti pasodinta 11 krūmų (pavyzdžiui, 0 m, 2 m, 4 m, ..., 20 m) arba 10 krūmų (pavyzdžiui, 1,5 m, 3,5 m, ..., 19,5 m). Vadinasi, abiejose pusėse galėjo būti $10+10$, $10+11$, $11+11$ rožių krūmų.
Teisingas atsakymas **A**.

K3. Ⓓ D1 Žr. Bičiulio 6 uždavinio sprendimą.

K4. Ⓓ 27

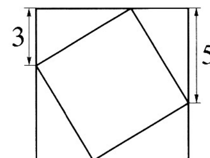


Vieno kauliuko akučių suma yra $1+2+3+4+5+6=21$, dviejų suma 42. Matome $1+2+2+4+6=15$ akučių. Vadinasi, nematome $2\cdot 21-15=27$ akučių.
Teisingas atsakymas **D**.

K5. Ⓓ CD

Atkarpa, jungianti du taškus, yra lygiagreti x ašiai, jeigu tų taškų ordinatės vienodos. Tokie yra tik taškai $C(-6; -7)$ ir $D(6; -7)$. Vadinasi, x ašiai lygiagreti atkarpa CD.

K6. Ⓒ 34

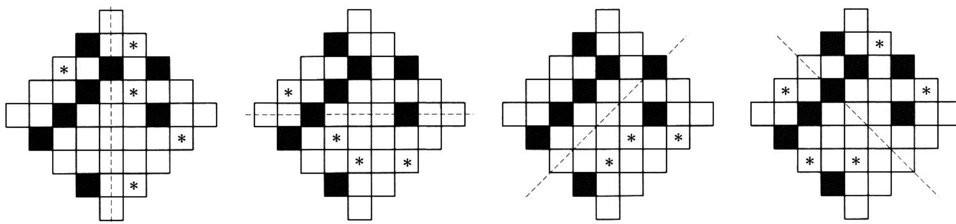


Mažesniojo kvadrato plotas lygus stačiojo trikampio įstrižainės kvadratui. Taigi pagal Pitagoro teoremą jis lygus $5^2+3^2=34$.
Teisingas atsakymas **D**.

Galima apseiti ir be Pitagoro teoremos. Didžiojo kvadrato kraštinė lygi 8, jo plotas $8^2=64$. Stačiojo trikampio plotas $\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5=\frac{15}{2}$. Mažesniojo kvadrato plotas lygus didžiojo kvadrato plotas minus keturių stačiųjų trikampių plotai, $64-4\cdot\frac{15}{2}=34$.

K7. Ⓔ 3

Nekreipiant dėmesio į langelių užtušavimą, figūra turi 4 simetrijos ašis: vertikalią, horizontalią ir dvi pasvirąsias (žr. paveikslėlį, ašys pažymėtos brūkšneliais).



Todėl išnagrinėsime visus 4 atvejus, ir kiekvienu iš jų žvaigždutėmis žymėsime visus baltus langelius, simetriškus užtušuotiesiems duotosios sismetrijos ašies atžvilgiu. Matome, jog norint, kad figūra taptų simetriška ir atsižvelgiant į užtušavimą, pirmu atveju reikia užtušuoti mažiausiai 5 langelius, antru atveju — 4 langelius, trečiu atveju — 3 langelius, ketvirtu atveju — 4 langelius. Vadinasi,

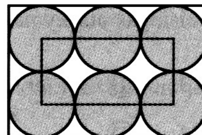
mažiausias tokių langelių skaičius lygus 3.
Teisingas atsakymas **E**.

K8. Ⓑ 989998

Didžiausias 6-ženklis skaičius yra 999999, ir jis yra palindromas. Mažiausias penkiaženklis skaičius yra 10000, jis nėra palindromas, bet jau sekantis skaičius 10001 yra palindromas, taigi jis ir yra mažiausias penkiaženklis palindromas. Tų palindromų skirtumas lygus $999999 - 10001 = 989998$.
Teisingas atsakymas **B**.

K9. Ⓓ 100 cm

Kadangi mažojo stačiakampio kraštą sudaro 12 spindulių, tai spindulys lygus 5 cm. Didžiojo stačiakampio kraštinės yra 6 spinduliai ir 4 spinduliai. Vadinasi, jo perimetras yra $2 \cdot 10 \cdot 5 = 100$ cm.
Teisingas atsakymas **D**.



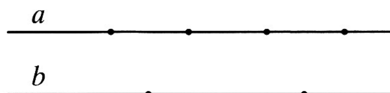
K10. Ⓒ $-2x$

Jeigu x yra sveikas neigiamas, tai $x \leqslant -1$. Tada **A** $x + 1 \leqslant 0$, **B** $2x \leqslant -2$, **C** $-2x \geqslant 2$, **D** $6x + 2 \leqslant -4$, **E** $x - 2 \leqslant -3$. Matome, kad visi skaičiai neteigiami, išskyrus **C** — teigiamą. Vadinasi, jis ir yra didžiausias.
Teisingas atsakymas **C**.

K11. Ⓑ 72 cm
Žr. Bičiulio 19 uždavinio sprendimą.

K12. Ⓓ 16

Kadangi visos trys trikampio viršūnės negali priklausyti vienai tiesei, tai visus trikampius, kurių viršūnės — pažymėtieji taškai, galima suskirstyti į dvi grupes: 1) trikampiai, kurių dvi viršūnės yra tiesėje a ir viena tiesėje b, ir 2) trikampiai, kurių dvi viršūnės yra tiesėje b ir viena tiesėje a. Suskaičiuokime, kiek yra trikampių kiekvienoje grupėje.



1) Nesunku suskaičiuoti, kad pasirinkti 2 viršūnes iš 4 pažymėtų tiesės a taškų galima 6 būdais. Kiekvieną kartą, jau pasirinkus dvi viršūnes, yra 2 būdai pasirinkti 1 tašką iš dviejų, pažymėtų tieseje b. Vadinasi, 1) grupėje yra $6 \cdot 2 = 12$ trikampių.
2) Pasirinkti 2 taškus iš dviejų, pažymėtų tieseje b, galima tik vienu būdu. Tada pasirinkti dar vieną tašką iš 4 pažymėtų tiesėje a, galima 4 būdais. Todėl 2) grupėje yra $1 \cdot 4 = 4$ trikampiai.
Vadinasi, iš viso yra $12 + 4 = 16$ trikampių, kurių viršūnės yra pažymėtuose taškuose.
Teisingas atsakymas **D**.

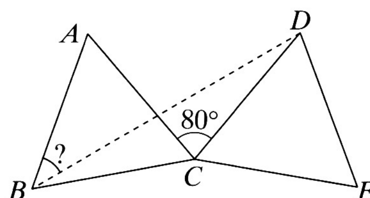
K13. Ⓓ $\frac{1}{2}$

Sakykime, kad n — visų vartotojų skaičius. Iki papildomos reklamos $\frac{2}{3}n$ vartotojų pirko produktą X, o $\frac{1}{3}n$ — produktą Y. Po papildomos reklamos $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}n = \frac{1}{6}n$ vartotojų, pirkusių produktą X, ėmė pirkti produktą Y. Todėl dabar produktą Y perka $\frac{1}{3}n + \frac{1}{6}n = \frac{1}{2}n$ vartotojų, t. y. pusė visų vartotojų.
Teisingas atsakymas **D**.

K14. Ⓑ 3

Remiamės laipsnio savybėmis: $8^8 = (2^3)^8 = 2^{24} = 2^{2 \cdot 12} = (2^2)^{12} = 4^{12} = 4^{4 \cdot 3} = (4^4)^3$.
Vadinasi, norint gauti 8^8, skaičių 4^4 reikia pakelti kubu.
Teisingas atsakymas **B**.

K15. Ⓓ 40°



! Kadangi visi lygiakraščiai trikampio kampai lygūs 60°, tai $\angle BCD = 60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$. Pagal sąlygą $BC = CD$, todėl $\triangle BCD$ — lygiašonis. Vadinasi, $\triangle DBC = 20^\circ$, o $\angle ABD = 40^\circ$.
Teisingas atsakymas **D**.

K16. Ⓐ 1%

! Iš skaičių nuo 1 iki 10000 kvadratai yra skaičiai a, kuriems $1 \leqslant a^2 \leqslant 10\,000$. Tai ekvivalentu $1 \leqslant a \leqslant 100$. Vadinasi, sveikųjų skaičių kvadratais iš duotųjų 10 000 natūraliųjų skaičių yra 100, o tai sudaro $\frac{100}{10000} \cdot 100\% = 1\%$ bendro jų skaičiaus.
Teisingas atsakymas **A**.

K17. Ⓔ 42

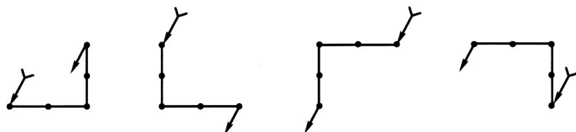
? Atkarpų iš viso 15, taigi viena iš krypčių eis daugiausia 7 atkarpos (kita — likusios 8). Tada gausime $6 \cdot 7 = 42$ langelius. Didesnio skaičiaus tarp atsakymų nėra.
Renkamės atsakymą **E**.

! Nesunku peržiūrėti visas lenteles. Jeigu viena kryptimi eis 6 atkarpos, turėsime $5 \cdot 8 = 40$ langelių, jei 5 — turėsime $4 \cdot 9 = 36$ langelius, jei 4 — bus $3 \cdot 11 = 33$ langeliai, jei 3 — bus $2 \cdot 12 = 24$ langeliai, jei 2 — bus $1 \cdot 13 = 13$ langelių. Jei viena iš krypčių eis tik 1 atkarpa, tai langelių negausime. Įsitikinome, kad daugiausiai gali būti 42 langeliai.
Teisingas atasakymas **E**.

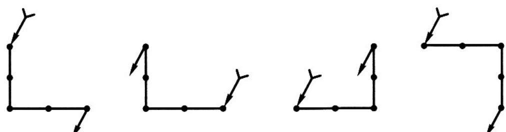
!! Išvedus n horizontalių atkarpų ir m vertikalių atkarpų, galima gauti $(n-1)(m-1)$ langelių. Kadangi mūsų atveju $n + m = 15$, tai $m = 15 - n$, ir gauname $(n-1)(14-n) = -n^2 + 15n - 14 = -(n^2 - 15n + 7{,}5^2) + 7{,}5^2 - 14 = -(n - 7{,}5)^2 + 42{,}25 < 43$. Vadinasi, galima gauti ne daugiau kaip 42 langelius. Kita vertus, 42 langelius galima gauti paėmus, pavyzdžių, $n = 8$ (taip pat galima remtis paveikslėliu).

K18. Ⓐ W ir Y

! Kas turi gerą erdvinę vaizduotę, iš karto pasakys, kurie kūnai sutampa, o kurie skiriasi. O ką gi daryti tiems, kurių vaizduotė prastesnė?
Įsivaizduokime, kad kiekvienas kūnas sudėtas iš 7 kubelių. Sujunkime gretimų kubelių centrus atkarpomis. Gauname erdvinę laužtę, sudarytą iš 6 lygių atkarpų, kurią vadinsime karkasu.
Duotojo kūno karkasas atrodo taip: keturios vidurinės atkarpos yra vienoje vertikalioje plokštumoje, „į mus“ atsukta viršutinė galinė atkarpa dešinėje — ją vaizduosime rodykle; apatinė galinė atkarpa kairėje eina „nuo mūsų“ — ją vaizduosime rodykle su „uodegėle“ (žr. patį pirmą pav.). Dabar duotąjį kūną ridenkime pagal laikrodžio rodyklę. Gausime tokius karkasus:



Pabandykime įsivaizduoti kūnų W, X, Y, Z karkasus:



(į W žiūrime iš dešinės, į X ir Y — iš kairės, į Z — iš priekio). Matome, kad W ir Y — tai duotasis kūnas, o X ir Z — ne (pastarieji — duotojo kūno veidrodiniai atspindžiai).
Teisingas atsakymas **A**.

K19. Ⓑ 15

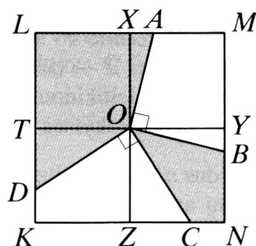
! Lentelę galima pavaizduoti taip:

0_{+1}	0_{+2}	0_{+3}
3_{+1}	3_{+2}	3_{+3}
6_{+1}	6_{+2}	6_{+3}

Kai pasirinksime 3 langelius pagal sąlygą, reikės suskaičiuoti visus skaičius, esančius juose. Sudėję kairiuosius (viršutinius) pasirinktų langelių skaitmenis, gausime $0+3+6$ (nes kiekvienoje eilutėje yra po vieną iš pasirinktųjų langelių), o sudėję dešiniuosius (apatinius) pasirinktų langelių skaitmenis, gausime $1+2+3$ (nes kiekviename stulpeyje yra po vieną pasirinktųjų langelių). Taigi iš viso gausime sumą $9+6=15$. Ji bus ta pati, kad ir kaip pagal sąlygą pasirinktume langelius. Taigi tokia yra ir didžiausia suma.
Teisingas atsakymas **B**.

K20. Ⓑ 2

! Veskime kvadrato vidurines linijas XZ ir TY (žr. paveikslėlį). Tada $\angle XOA = \angle XOY - \angle AOY = 90^\circ - \angle AOY$, $\angle YOB = \angle AOB - \angle AOY = 90^\circ - \angle AOY$. Todėl $\triangle YOB = \triangle XOA$ pagal statinį ir visus tris kampus. Analogiškai $\triangle DOT = \triangle COZ$. Tai reiškia, kad užtušuotos dalies plotas lygus neužtušuotos dalies plotui, taigi lygus $\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$.
Teisingas atsakymas **B**.



K21. Ⓓ 15

! Uždavinys virsta tokiu: kiek yra tokių 6-ženklių skaičių, kad išbraukę du vienetus, gautume 2007? Nagrinėkime 2 atvejus: 1) abu vienetai yra greta, 2) vienetai nėra greta. Dviem vienetams parašyti greta yra 5 vietos: prieš 2, po 2, tarp nulių, prieš 7, po 7 — tai 5 galimybės. 2) atveju turime tas pačias 5 vietas, tik reikia 2 vienetus pastatyti į skirtingas iš jų. Tai galima padaryti 10 būdų (vietas pažymime raidėmis a, b, c, d ir e): ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de. Vadinasi, iš viso yra 15 tokių skaičių.
Teisingas atsakymas **D**.

K22. Ⓓ 8 km

! Pažymėkime lygumos ilgį x km, o įkalnės — y km. Tada kelias pirmyn truko $\frac{x}{4} + \frac{y}{3}$ valandų, o atgal — $\frac{y}{6} + \frac{x}{4}$. Taigi
$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{y}{6} + \frac{x}{4} = 2$,
$3x + 4y + 2y + 3x = 24$,
$6x + 6y = 24$,
$x + y = 4$.
Taigi poilsiautojas nuėjo kelią $2(x+y) = 2 \cdot 4 = 8$ km.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Įdomiau apsieiti be nežinomųjų. Kadangi poilsiautojas per 60 minučių nueitų arba 4 km lyguma, arba 3 km į kalną, arba 6 km nuo kalno, tai kiekvienam kilometrui jis atitinkamai sugaištų 15 min, 20 min ir 10 min. Vadinasi, 1 kilometrui į kalną ir tam pačiam kilometrui nuo kalno jis sugaišdavo 30 minučių — tiek pat, kiek ir 1 kilometrui ten ir atgal — lyguma. Žinoma, tiek pat laiko jis sugaištų bet kuriam vienodam atstumui lyguma–lyguma ir į kalną–į pakalnę. Taigi per 2 h jis nuėjo tiek pat kilometrų, kiek nueitų ir lyguma, t. y. $2 \cdot 4 = 8$ km.

K23. Ⓐ

? Pažymėkime berniukų svorius jų vardų pirmomis raidėmis: A, B, C, D, E, F. Pagal sąlygą $A + B < C + D$, $C + E < B + F$. Sudedame nelygybes: $A + B + C + E < C + D + B + F$. Atmetame lygius dėmenis B ir C: $A + E < D + F$. Vadinasi, teiginys **A** tikrai teisingas. Renkamės atsakymą **A**.

! Reikėtų dar įrodyti, kad kiti teiginiai gali būti ir neteisingi, nors sąlygos išpildytos. Tai padaryti nesunku, kiekvienai nelygybei parinkus prieštaraujantį pavyzdį. Bet šiek tiek padirbėjus, galima rasti skaičius, su kuriais visi teiginiai **B**, **C**, **D** ir **E** neteisingi. Imkime $A = 7$, $B = 9$, $C = 11$, $D = 6$, $E = 1$, $F = 4$. Tada uždavinio sąlygos išpildytos: $7 + 9 < 11 + 6$, $11 + 1 < 9 + 4$. O štai sąlygos **B**, **C**, **D**, **E** netenkinamos: $6 + 1 > 11 + 4$, $6 + 4 > 7 + 11$, $7 + 9 < 11 + 4$, $7 + 9 + 11 = 6 + 1 + 4$. Kai kas gali pasakyti, kad berniukų svoriai nerealūs. Ką gi, pridėkime prie visų reikšmių po 40. Visos (ne)lygybės išliks, o svoriai — visai realūs: 47, 49, 51, 46, 41, 44 (kilogramų).
Teisingas atsakymas **A**.

K24. Ⓑ 2

! Raskime visus skaičius, tenkinančius uždavinio sąlygą.
Kadangi skaičiuje 4 skaitmenys, tai vienodų skaitmenų negali būti daugiau kaip 4, todėl nė vienas skaitmuo negali būti didesnis už 4. Negali joks skaitmuo būti ir 4: tada nulių, vienetų, dvejetų ar trejetų daugiausiai būtų tik 3.
Negali joks skaitmuo būti ir 3: jeigu jis būtų pirmas, tai likusieji būtų nuliai, bet juk ketvirtas skaitmuo negalėtų būti 0; jeigu jis būtų antras, tai visi kiti būtų vienetai, betgi nulių jame nėra; jeigu jis būtų trečias, tai visi kiti būtų dvejetai — bet juk jame tik vienas trejetas; jeigu jis būtų ketvirtas, tai skaičiuje būtų dar du trejetai, ir vien jų rodomų skaitmenų jau būtų 6.
Nė vienas iš jų negali prasidėti 0, net jeigu ir 0 prasidedančius skaičius vadintume keturženkliais: jeigu jo pirmas skaitmuo 0, tai nulių jau yra — prieštara.
Sakykime, kad pirmas skaitmuo 1. Tai reiškia, kad duotajame keturženklyje skaičiuje lygiai vienas skaitmuo 0. Be to, kadangi pirmas skaitmuo 1, tai antras skaitmuo ne 0. Bet jis negali būti ir 1, nes tada skaičiuje būtų bent du skaitmenys 1. Taigi antras skaitmuo yra 2, o tada paskutiniai du skaitmenys 0 ir 1. Bet skaičiuje yra skaitmuo 2, todėl trečias skaitmuo — ne 0. Gavome skaičių 1210, kuris tenkina uždavinio sąlygą.
Dabar sakykime, kad pirmas skaitmuo 2. Tai reiškia, kad skaičiuje yra du nuliai. Bet kadangi skaičiuje yra skaitmuo 2, tai trečias skaitmuo — ne 0, o tada nuliai — antras ir ketvirtas skaitmuo. Bet antras skaitmuo 0 sako, kad vienetų skaičiuje nėra, todėl trečias skaitmuo 2. Radome skaičių 2020, — jis tarp pat tenkina uždavinio sąlygą.
Vadinasi, yra 2 skaičiai, tenkinantys uždavinio sąlygą: 1210 ir 2020.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Kiek trumpesnis algebrinis sprendimas. Sakykime, kad $N = \overline{abcd}$ — ieškomasis keturženklis skaičius, kurio skaitmenys a, b, c ir d. Raskime jo skaitmenų sumą dviem būdais.

Viena vertus, skaičiuje N yra a nulių, b vienetų, c dvejetų ir d trejetų. Vadinasi, jame yra $a+b+c+d$ ženklų. Bet žinome, kad tas skaičius keturženklis, todėl

$$a + b + c + d = 4. \qquad (1)$$

Kita vertus, skaičius N turi a nulių, b vienetų, c dvejetų ir d trejetų, todėl jo skaitmenų suma

$$a + b + c + d = 0 \cdot a + 1 \cdot b + 2 \cdot c + 3 \cdot d.$$

Kadangi kairė pusė lygi 4, tai turime dar vieną lygtį

$$b + 2c + 3d = 4. \qquad (2)$$

Iš (2) lygties išplaukia, kad $d \leqslant 1$. Bet d negali būti lygus 1: jeigu $d = 1$, tai $b + 2c = 1$, todėl $c = 0$, $b = 1$. Iš (1) tada $a = 2$, ir gauname $N = 2101$, bet šis skaičius sąlygos netenkina.

Vadinasi, $d = 0$. Tada iš (1) ir (2)

$$a + b + c = 4, \quad b + 2c = 4.$$

Jeigu $c = 2$, tai $b = 0$, $a = 2$. Jeigu $c = 1$, tai $b = 2$, $a = 1$. Jeigu $c = 0$, tai $b = 4$, $a = 0$. Gavome tris skaičius: 2020, 1210 ir 0400. Skaičius 0400 netinka jau vien dėl to, kad jis nėra keturženklis (bet taip pat jo nulių skaičius 3, o pirmas skaitmuo 0, — prieštara). Kiti abu skaičiai sąlygą tenkina.

K25. Ⓐ 2

? Skaičius $n = 2$ netinka, nes $n + 1 = 3$ turi tik du daliklius. Tikriname $n = 3$. Tada $n + 1 = 4$ turi tris daliklius: 1, 2 ir 4. Vadinasi, $n = 3$ tenkina uždavinio sąlygą, ir $n + 2 = 5$ turi 2 daliklius. Renkamės atsakymą **A**.

! Ir vis dėkto net kengūriškai rinktis atsakymą **A** dar anksti. Iš tikrųjų, įsivaizduokime, kad yra dar vienas toks skaičius n, tenkinantis sąlygą, kuris turi ne 2 daliklius, o daugiau. Tada teisingas būtų atsakymas **E**. Kitaip sakant, mums reikia rasti visus tokius skaičius n, ir tik tada pasirinkti atsakymą.
Spręskime nuosekliai. Remiantis sąlyga, skaičius n pirminis, bet $n = 2$, kaip jau matėme, netinka. Vadinasi $n \geqslant 3$. Žinome, kad pirminiai skaičiai, didesni už 2, nelyginiai. (Iš tikrųjų, jeigu pirminis n lyginis, $n = 2k$, kur $k > 1$, tai n turėtų daugiau kaip 2 daliklius — bent jau 1, 2 ir $2k$.) Todėl skaičius $n + 1$ — lyginis ir didesnis už 3. Vadinasi, $n + 1 = 2m$, $m \geqslant 2$. Jeigu būtų $m > 2$, tai $m + 1$ turėtų bent jau 4 daugiklius: 1, 2, m, $2m$. Taigi $m = 2$, tada $n = 3$, jį jau esame patikrinę. Vadinasi, tėra vienintelis sąlygą tenkinantis skaičius $n = 3$, ir tada $n + 2 = 5$ turi 2 daliklius.
Teisingas atsakymas **A**.

K26. Ⓒ

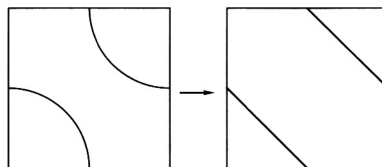
? Jeigu Petro išbrauktų skaičių suma S, tai Miko $3S$, ir visų jų abiejų išbrauktų skaičių suma $4S$ dalijasi iš 4. Visų lentelės skaičių suma lygi 110, todėl po išbraukimo likęs skaičius turi būti lyginis, bet nesidalyti iš 4. Toks skaičius lentelėje tik vienas — tai 14.
Renkamės atsakymą **C**.

! Dar reikėtų įsitikinti, kad skaičius 14 tenkina uždavinio sąlygas — t. y. kad Petras ir Mikas gali išbraukti skaičius taip, kad Miko suma būtų triskart didesnė.
Kadangi $4S + 14 = 110$, tai $S = 24$, $3S = 72$. Mikas būtinai turi išbraukti didžiausius skaičius 24 ir 23 — jeigu bent vieno jų neišbrauktų, tai surinktų sumą, ne didesnę kaip $24 + 14 + 13 + 12 = 63$. Išbraukęs 24 ir 23, jis turi dar išbraukti 2 skaičius, kurių suma 25. Taigi vienas iš jų didesnis už 12. Kadangi 14 neturi poros, tai renkamės 13 ir 12. Mikui lieka skaičiai 4, 5, 7, 8, ir jų suma 24, vadinasi, uždavinio sąlygos išpildytos.
Teisingas atsakymas **C**.

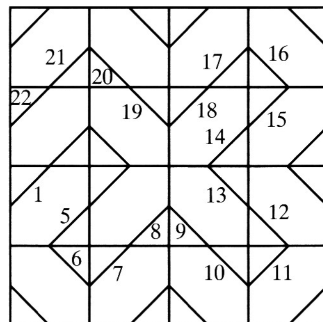
K27. Ⓒ 2

Žr. Bičiulio 25 uždavinio sprendimą.

K28. Ⓓ



? Pabraižius nesunku rasti ilgiausią kreivę — ją sudaro 22 apskritimo ketvirčiai. Beje, sprendžiant žymiai patogiau brėžti ne apskritimo ketvirčius, o stygas, jungiančias ketvirčio galus. Renkamės atsakymą **D**.



!! Įrodykime, kad laužtė negali būti sudaryta iš daugiau kaip 22 stygų. Tarkime, kad mums pavyko nubraižyti ištisinę laužtę, kurioje yra ne mažiau kaip 23 stygos. Kadangi plytelių skaičius lygus 16, tai ne mažiau kaip $23 - 17 = 7$ plytelių abi stygos priklauso laužtei. Didžiajame kvadrate tik 4 plytelės yra kvadrato viduje, o kitos prigludę prie kvadrato krašto. Todėl ne mažiau kaip $7 - 4 = 3$ kraštinių plytelių abi stygos priklauso laužtei. Kadangi plytelės kiekvienos kraštinės vidurys yra vienos iš stygų galas, tai ne mažiau kaip 3 kvadrato krašto taškai yra laužtėje. Bet tie taškai negali būti kreivės vidiniai taškai. Išeina, kad mūsų tolydi kreivė turi ne mažiau kaip 3 galus, o tai neįmanoma.
Vadinasi, pačią ilgiausią tolydžią kreivę sudaro lygiai 22 apskritimo ketvirčiai. Kadangi vieno ketvirčio ilgis 5 dm, tai ilgiausia kreivė turi $5 \cdot 22 = 110$ dm.
Teisingas atsakymas **D**.

K29. Ⓓ 5

! Sakykime, kad triženklį skaičių a padaliję iš 9 gavome skaičių b, t. y. $a = 9b$. Skaičiaus a skaitmenų suma dalijasi iš 9, taigi ir skaičiaus b skaitmenų suma, būdama 9 mažesnė už skaičiaus a skaitmenų sumą, taip pat dalijasi iš 9. Vadinasi, skaičius b dalijasi iš 9, todėl $a = 9b$ dalijasi iš 81.
Nagrinėkime visus triženklius skaičiaus 81 kartotinius — jų yra 11: 162, 243, 324, 405, 486, 567, 648, 729, 810, 891, 972. Iš jų skaičiai, kurių skaitmenų suma lygi 9, tikrai netinka — kiekvieno jų, padalyto iš 9, skaitmenų suma būtų lygi $9 - 9 = 0$, o taip nebūna. Netinka ir skaičius 891 — dalijant jį iš 9 skaitmenų suma nesikeičia: $891 : 9 = 99$. Likusieji 5 skaičiai tenkina visas uždavinio sąlygas. Tai matyti iš lygybių:

$$486 : 9 = 54, \quad 567 : 9 = 63, \quad 648 : 8 = 72, \quad 729 : 9 = 81, \quad 972 : 9 = 108.$$

Teisingas atsakymas **D**.

K30. Ⓓ $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$

? Pažiūrėję į laipsnių rodiklius, matome, kad apylygiai jie yra atsakyme **D**. Pabandykime atspėti veiksmus, kaip iš $3 \cdot 5$ gauti $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$. Pirmas veiksmas prašosi — dauginti iš 2: turime $2 \cdot 3 \cdot 5$. Antras taip pat aiškus — kelti kvadratu: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$. Trečiu ir ketvirtu veiksmu dauginame iš 2 ir iš 3: $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$. Pagaliau penktu veiksmu keliame kvadratu: $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$.
Renkamės atsakymą **D**.

! Reikėtų įsitikinti, kad kitų atsakymuose išvardytų skaičių gauti negalima. Iš pradžių pastebėkime, kad skaičiaus 5 rodiklis didėja tik keliant kvadratu ir kubu. Bet tada tiek pat kartų didėja ir 3 laipsnio rodiklis. Kadangi pradiniame skaičiuje $3 \cdot 5$ laipsnio rodikliai lygūs, tai niekad penketo rodiklis netaps didesnis už trejeto rodiklį. Vadinasi, skaičių **A** ir **E** gauti negalima.
Imkime skaičių **B** — skaičių $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$. Gauti 5^2 galima tik vieninteliu būdu — vieną kartą pakėlus kvadratu ir nė karto nekeliant kubu. Kadangi trejeto laipsnis didesnis už penketo, tai bent vieną kartą dauginta iš 3. Vadinasi, iš 2 dauginta ne daugiau kaip 3 kartus. Bet 2^0 tris kartus dauginant iš 2 ir vieną kartą keliant kvadratu galima gauti didžiausią rodiklį 6, bet ne 8. Skaičius **B** atkrinta.
Pagaliau imkime skaičių **C** — skaičių $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$. Iš 5 laipsnio matome, kad tik vieną kartą buvo keliama laipsniu, ir būtent kubu. Likusieji 4 veiksmai buvo daugyba iš 2. Bet tada 2 rodiklis bent 4 kartus padidėjo vienetu ir todėl negalėjo būti mažesnis už 4. Skaičius **C** atkrenta.
Teisingas atsakymas **D**.

JUNIORAS (IX ir X klasės)

J1. Ⓐ 8

! Pagal sąlygą visi trys berniukai turi 30 balionų. Kadangi pasikeitus balionais visi trys jų turėjo po lygiai, tai jie turėjo po 10 balionų. Perskirstant Alius gavo 4 balionus, atidavė 2, taigi jo balionų skaičius padidėjo $4-2=2$. Vadinasi, prieš tai jis turėjo $10-2=8$ balionus.
Teisingas atsakymas **A**.

J2. Ⓓ 27

Žr. Kadeto 6 uždavinio sprendimą.

J3. Ⓑ 2

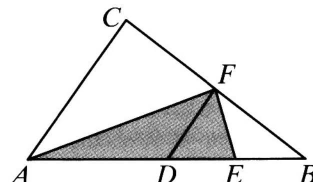
! Bilietas 1022 nėra laimingas, nes jo numeris turi tik 4 skaitmenis. Pabraukime likusių numerių skaitmenis, didesnius už 2:

$$22222,\quad 102\underline{334}\quad 21\underline{3343}\quad \underline{3}0\underline{4}2\underline{53}1.$$

Paskutiniai du numeriai turi po 4 pabrauktus skaitmenis, taigi jie nėra laimingi. Laimingi liko 2 numeriai.
Teisingas atsakymas **B**.

J4. Ⓓ 36

! Trikampio pusiaukraštinė dalija jo plotą pusiau (nes pagrindą dalija pusiau, o aukštinė bendra). Trikampio ABC plotas 96, AF — jo pusiaukraštinė, todėl $S_{\triangle AFB}=48$. Kadangi FD — trikampio AFB pusiaukraštinė, tai $S_{\triangle AFD}=S_{\triangle DFB}=24$. Pagaliau, FE — trikampio DFB pusiaukraštinė, todėl $S_{\triangle DFE}=12$. Vadinasi, ieškomasis plotas



$$S_{\triangle AFE}=S_{\triangle AFD}+S_{\triangle DFE}=24+12=36.$$

Teisingas atsakymas **D**.

!! Kadangi trikampio AFE pagrindas sudaro $\frac{3}{4}$ trikampio ABC pagrindo, o aukštinė iš F — atitinkamai $\frac{1}{2}$ aukštinės iš C, tai $\triangle AFE$ plotas $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$ kartus mažesnis už $\triangle ACB$ plotą ir lygus 36.

J5. Ⓓ 1 : 5

! Dabar dėžutėse yra po $2007:3=669$ akmenukus. Dėžutės **A** akmenukų skaičiaus du trečdaliai yra $669:3\cdot 2=446$. Perdėjus juos į dėžutę **C**, dėžutėje **A** liktų $669-446=223$ akmenukai, o dėžutėje **C** būtų $669+446=1115$ akmenukai. Vadinasi, akmenukų skaičių santykis bus $223:1115$. Bet 1115 dalijasi iš 223, abu skaičius galima 223 kartus sumažinti, ir santykį galima užrašyti kaip $1:5$
Teisingas atsakymas **D**.

!! Pasirodo, tiek skaičiuoti visai nebūtina. Sakykime, kad dėžutėse yra po M akmenukų. Perdėjus $\frac{2}{3}M$ akmenukų iš **A** į **C**, dėžutėje **A** liks $M-\frac{2}{3}M=\frac{1}{3}M$, o dėžutėje **C** bus $M+\frac{2}{3}M=\frac{5}{3}M$ akmenukų. Taigi akmenukų santykis bus $1:5$.
Beje, pradinį akmenukų skaičių dėžutėje **A** laikant vienetu, sprendimą galima užrašyti viena eilute:

$$\left(1-\frac{2}{3}\right):\left(1+\frac{2}{3}\right)=(3-2):(3+2)=1:5.$$

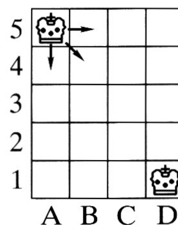
J6. Ⓒ 108

! Po metų organizacija padidės $32 : 2 = 16$ narių ir turės $32 + 16 = 48$ narius. Po antrų metų ji padidės $48 : 2 = 24$ nariais ir turės $48 + 24 = 72$ narius. Po trečių metų ji padidės $72 : 2 = 36$ nariais ir turės $72 + 36 = 108$ narius.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Skaičiuoti galima ir trumpiau. Per metus organizacija padidės 1,5 karto, per dvejus — $1{,}5 \cdot 1{,}5 = 1{,}5^2$ kartų, per trejus — $1{,}5^2 \cdot 1{,}5 = 1{,}5^3$ karto. Vadinasi, joje bus $32 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 4 \cdot 27 = 108$ nariai.

J7. Ⓑ 4

! Iš karto matome, kad mažiausias ėjimų skaičius iš A5 pasiekti D1 yra 4 — reikia tris ėjimus padaryti įstrižai „į dešinę–žemyn“ ir vieną ėjimą „žemyn“. Kadangi „žemyn“ galima eiti pirmu, antru, trečiu arba ketvirtu ėjimu, tai yra keturi maršrutai.
Teisingas atsakymas **B**.



J8. Ⓐ ŽRŽR

? Tęsiame lentelės spalvinimą ir toliau įrašinėdami raides R arba Ž. Kadangi pirmoje eilutėje jau yra dvi R (1 pav.), tai į likusius langelius įrašome ŽŽ. Trečiame stulpelyje taip pat dvi R, į likusius langelius įrašome ŽŽ (2 pav.). Kadangi dabar trečioje eilutėje yra dvi Ž, tai į likusius langelius įrašome dvi R (žr. 3 pav.).

4	R		R	
3			R	
2				Ž
1				
	A	B	C	D

4	R	Ž	R	Ž
3			R	
2			Ž	Ž
1			Ž	
	A	B	C	D

4	R	Ž	R	Ž
3			R	R
2	R	R	Ž	Ž
1			Ž	R
	A	B	C	D

4	R	Ž	R	Ž
3	Ž		R	
2	R	R	Ž	Ž
1	Ž		Ž	
	A	B	C	D

4	R	Ž	R	Ž
3	Ž		R	
2	R	R	Ž	Ž
1	Ž	R	Ž	R
	A	B	C	D

Dabar pirmame stulpelyje jau yra dvi R, taigi į jį įrašome dvi Ž (4 pav.). Bet tada apatinėje eilutėje jau yra dvi Ž, taigi į jį įrašome dvi R (5 pav.). Matome, kad apatinėje lentelėje stovi ŽRŽR.
Renkamės atsakymą **A**.

! Vis dėlto sprendimas dar nepilnas: o gal iš viso lentelės negalima nuspalvinti tenkinant uždavinio sąlygą? Bet matome, kad užtenka į antros eilutės tuščius langelius įrašyti Ž ir R, ir lentelė bus užpildyta pagal sąlygą. Iš sprendimo matome, kad toks užpildymas vienareikšmis.
Teisingas atsakymas **A**.

J9. Ⓑ 110

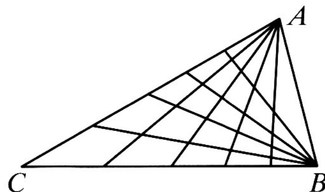
! Raskime didžiausią galimą reiškinio $X = KAN + GA + ROO$ reikšmę (tada skirtumas $2007 - X$ ir bus mažiausias). Turime: $X = 100K + 10A + N + 10G + A + 100R + 10O + O = 100(K + R) + 11(A + O) + 10G + N$. Šio reiškinio reikšmė, kai raidės reiškia skirtingus skaitmenis, bus didžiausia, kai K ir R — du didžiausi skaitmenys (t. y. 9 ir 8), A ir O — 7 ir 6, G — 5 ir $N = 4$. Todėl X didžiausia reikšmė yra

$$100(9 + 8) + 11(7 + 6) + 10 \cdot 5 + 4 = 1700 + 143 + 50 + 4 = 1897,$$

ir ieškomoji reikšmė lygi $2007 - 1897 = 110$.
Teisingas atsakymas **B**.

J10. Ⓑ 25

! Trikampyje ABC iš viršūnių A ir B išvedus po 4 atkarpas (žr. pav.), galima tiesiog suskaičiuoti, kad dalių yra 25. Teisingas atsakymas **B**.



!! Galima skaičiuoti ir kitaip. Prijungus BC ir AC, galima sakyti, kad iš viršūnės B eina 5 atkarpos ir iš viršūnės A eina 5 atkarpos. Kiekviena iš B einančių atkarpų padalyta į 5 dalis, taigi turime 25 atkarpėles. Matome, kad ant kiekvienos atkarpėlės „stovi“ po 1 dalį, taigi dalių yra 25.

J11. Ⓒ 6

? Atspėti teisingą atsakymą labai paprasta. Tarkime, kad šešiukė — teisuoliai, taigi jie sakė tiesą, o tai reiškia, kad iš tų 12 gyventojų 6 teisuoliai ir 6 melagiai. Likusioji ketveriukė ir dvejukė — visi melagiai, ir jie iš tikrųjų sako netiesą, kaip ir turi būti
Renkamės atsakymą **C**.

! Kadangi tarp susirinkusiųjų yra teisuolių, tai vienas iš teiginių **A**, **B** ir **C** teisingas.
Sakykime, kad **A** teisingas. Tada melagių yra 2. Bet pasakiusiųjų teisingą teiginį **A** taip pat yra 2 (kiti — melagiai). Vadinasi, iš viso yra 4 susirinkusieji — prieštara.
Sakykime, kad **B** teisingas. Tada melagių tikrai 4. Bet pasakiusiųjų teisingą teiginį — teisuolių — taip pat tik 4. Iš viso gauname 8 susirinkusiuosius — prieštara.
Vadinasi, teisingas atsakymas **C**.

!! Pateiksime elegantiškesnį sprendimą.
Sąlygą galima užrašyti trumpiau taip. Susirinkus dvylikai gyventojų, k iš jų pasakė: „Lygiai k iš susirinkusiųjų — melagiai“, kur k įgyja reikšmes 2, 4, 6. Šis teiginys su kažkuriuo k teisingas, nes pagal sąlygą teisuolių yra. Dabar, jeigu teisuolių yra k, tai remiantis jų neabejotinai teisingu teiginiu, melagių taip pat yra k. Vadinasi, susirinkusiųjų yra $2k$. Pagal sąlygą $2k = 12$, t. y. $k = 6$.
Vadinasi, teisingas teiginys **C**.

J12. Ⓑ 3

Žr. Kadeto 14 uždavinio sprendimą.

J13. Ⓒ 2

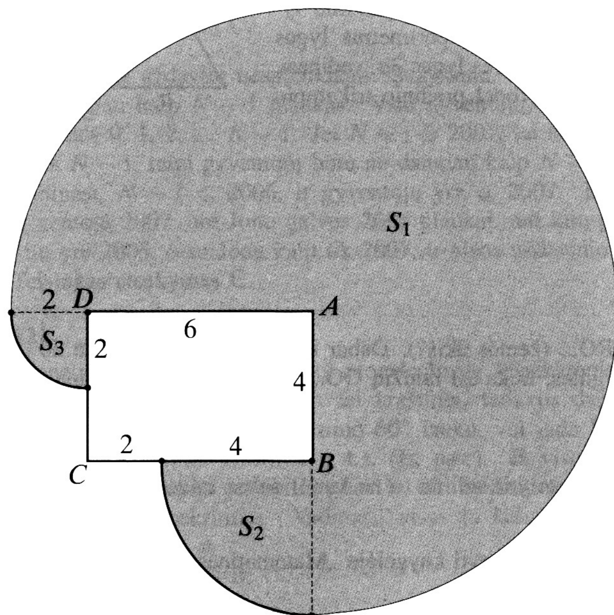
Žr. Bičiulio 25 uždavinio sprendimą.

J14. Ⓒ Jų yra po lygiai

! Sakykime, kad mergaičių iš viso yra M, neišsprendusių mergaičių N. Tada išsprendusių mergaičių yra $M - N$, o išsprendusių berniukų N. Vadinasi, išsprendusių uždavinį mokinių yra $M - N + N$, t. y. M — tiek pat, kiek ir iš viso mergaičių.
Teisingas atsakymas **C**.

J15. (A) $15\pi + 16$

! Sakykime, kad $ABCD$ — namas, prie kurio kampo A grandine pririštas šuo (žr. pav.).



Tada šuo gali lakstyti po sritį, kurią sudaro $\frac{3}{4}$ skritulio S_1 (kurio centras A, o spindulys 8), $\frac{1}{4}$ skritulio S_2 (kurio centras B, o spindulys 4) ir $\frac{1}{4}$ skritulio S_3 (kurio centras C, o spindulys 2). Todėl srities, kurioje gali lakstyti šuo (ji paveikslėlyje užtušuota), perimetras lygus minėtų dalių apskritimo lankų ir pasiekiamos stačiakampio perimetro dalies ($8 + 8 = 16$ m) sumai, t. y.

$$\frac{3}{4} \cdot 2\pi \cdot 8 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2 + 16 = 15\pi + 16$$

metrų.
Teisingas atsakymas **A**.

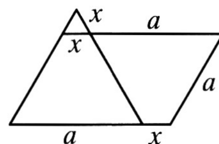
J16. (B) 22.15

! Pažymėkime k benzino suvartojimo proporcingumo koeficientą ($l\cdot$ km/h). Tada važiuojant 100 km/h greičiu 1 kilometrui kelio sunaudojama $100k$ litrų benzino. Kadangi pagal sąlygą esant tokiam greičiui bake turimo benzino užteks 80 km, tai bake jo 21.00 buvo $80 \cdot 100k$. Esant greičiui v km/h, 1 kilometrui sunaudojama kv litrų benzino. Todėl jo užteks 100 km, jeigu $\frac{80\cdot 100k}{kv} \geqslant 100$, t. y. $v \geqslant 80$ km/h. Vadinasi, norint kuo greičiau pasiekti degalinę, reikia važiuoti 80 km/h greičiu, o tada kelias užims 100 km : 80 km/h $= \frac{5}{4}$ h, t. y. 1 valandą ir 15 minučių. Taigi degalinę anksčiausiai galima pasiekti 22.15.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Pasirodo, galima apsieiti ir be formulių. Benzino kiekis kilometrui proporcingas greičiui. Kadangi reikia nuvažiuoti 100 km, o ne 80 km (t. y. $\frac{5}{4}$ karto daugiau), tai vienam kilometrui benzino reikia sueikvoti $\frac{5}{4}$ karto mažiau, o tai reiškia, kad reikia greitį sumažinti $\frac{5}{4}$ karto. Tada kelionės iki degalinės laikas pailgės $\frac{5}{4}$ karto. Kadangi senuoju greičiu būtų reikėję važiuoti 1 h, tai dabar prireiks $1\frac{1}{4}$ valandos.

J17. Ⓑ 30 cm

! Įdomu, kad išspręsti šiam uždaviniui užtenka paprasčiausio paveikslėlio. Pažymėkime pradinio lygiakraščio trikampio kraštinę a, nupjautinio lygiakraščio trikampio kraštinę x. Tada lygiagretainio perimetras lygus $2(a-x+x+a)$, t. y. $4a$. Pradinio trikampio perimetras lygus $3a$, vadinasi, padidėjimas yra a, ir pagal sąlygą $a = 10$ cm. Todėl pradinio trikampio perimetras lygus 30 cm.
Teisingas atsakymas **B**.



J18. Ⓔ O

! Išmetus iš $20 \cdot 8$ raidžių

$$KANGAROOKANGAROO...$$

nelygines, lieka $20 \cdot 4$ raidžių AGROAGRO... (žemės ūkis?). Dabar išmetus nelygines, lieka $20 \cdot 2$ raidžių GOGO... (šokiai?). Išmetus nelygines, lieka 20 raidžių OO..., ir aišku, kad paskutinė liks raidė O — kitų tiesiog nebėra.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Uždavinys daug sunkesnis, jei bandytume nustatyti, kelinta (o ne kuri!) sekos raidė liks paskutinė. Pabandykite nustatyti!

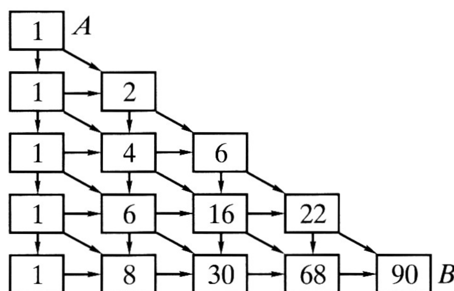
Kaip sprendžiami panašūs uždaviniai, galite pasiskaityti knygelėje „Matematinės miniatiūros“, Vilnius, TEV, 2005, p. 29, 64, 65.

J19. Ⓓ 40

! Kiekvienas iš vienos mokyklos moksleivių a, b, c, d, e žaidžia 4 porose: pavyzdžiui, a žaidžia porose ab, ac, ad, ae. Jos žais su visomis galimomis priešininkų poromis. Jei priešininkus pažymėsime 1, 2, 3, 4, 5, tai jie gali sudaryti 10 porų: 12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45. Todėl a, įeidamas į 4 poras, žais po 1 kartą su 10 priešininkų porų, t. y. $4 \cdot 10 = 40$ susitikimų.
Teisingas atsakymas **D**.

J20. Ⓓ 90

! Imkime kurį nors lentelės mazgą A. Mazgus, iš kurių galima patekti į A, vadinkime mazgo A pirmtakais (jų gali būti 1, 2 arba 3). Akivaizdu, kad norint rasti maršrutų į A skaičių, reikia sudėti maršrutų į pirmtakus skaičius. Todėl užtenka užpildyti lentelę nuo viršaus iki apačios. Taške B matome skaičių maršrutų į mazgą B, — jis lygus 90.
Teisingas atsakymas **D**.



J21. Ⓒ

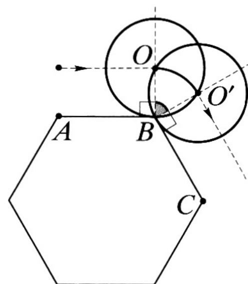
? Paprasčiausia tikrinti, ir daryti tai nuo didžiausio atsakymo — jei jis tiktų, tai ir būtų teisingas. Sakykime, kad miestelyje 2009 gyventojai. Jei Jonas turi 2008 plaukus, tai gyventojai gali turėti 0, 1, 2, ..., 2006 plaukus (primename — 2007 plaukų neturi niekas), jų ne daugiau kaip 2007, o su Jonu — gyventojų ne daugiau kaip 2008. Prieštara — gyventojų turi būti daugiau nei plaukų pas Joną. Jei Jonas turi $M \leqslant 2006$ plaukus, tai kiti gyventojai gali turėti 0, 1, 2, ..., $M-1$ plaukų, jų ne daugiau kaip $M \leqslant 2006$, o su Jonu — ne daugiau kaip 2007 — vėl prieštara.
Dabar sakykime, kad miestelyje 2008 gyventojai. Jei Jonas turi $M (\leqslant 2006)$ plaukų, tai kiti gyventojai gali turėti 0, 1, ..., $M-1$ plaukų, daugiausia jų gali būti M, o su Jonu $M+1$, t. y. daugiausiai 2007 gyventojai, — prieštara.

Tikrinkime trečią atsakymą — miestelyje 2007 gyventojai. Jei Jonas turi 2006 plaukus, tai gyventojai gali turėti 0, 1, 2, ... 2005 plaukus, t. y. jų gali būti 2006, o su Jonu — 2007. Atsakymas **C** įmanomas, vadinasi, jį ir reikia imti.
Renkamės atsakymą **C**.

Išspręskime uždavinį nespėliodami. Sakykime, kad miestelyje N gyventojų. Tada ant Jono galvos ne daugiau kaip $N-1$ plaukas. Visų gyventojų, įskaitant ir Joną, plaukų skaičius gali įgyti tik teikšmes 0, 1, 2, ..., $N-1$. Jei $N-1 \geqslant 2007$, tai tarp jų yra negalima reikšmė 2007, ir reikšmių lieka $N-1$, taigi gyventojų būtų ne daugiau kaip $N-1$.
Vadinasi, $N-1 \leqslant 2006$, ir gyventojų yra $\leqslant 2007$. Bet dabar jau nesunku įsitikinti, kad jeigu gyventojų 2007, ant Jono galvos 2006 plaukai, ant kitų gyventojų — 0, 1, ..., 2005 plaukai, tai tų kitų yra 2006, o su Jonu kaip tik 2007, ir visos uždavinio sąlygos išpildytos.
Teisingas atsakymas **C**.

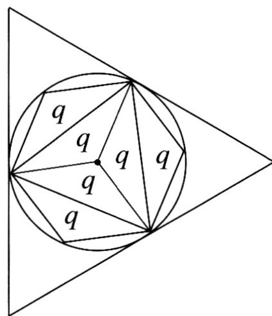
J22. Ⓑ $6+\pi$

Monetos centras juda taip: kol moneta liečia šešiakampio kraštinę, jis juda lygiagrečiai tai kraštinei, tada jis daro posūkį $\frac{1}{2}$ cm spindulio apskritimo 60° lanku, vėl juda lygiagrečiai gretimai kraštinei ir t. t. (žr. pav.). Iš viso jis apeina šešiakampio perimetrą plius $6 \cdot 60^\circ$ apskritimo lanką, t. y. visą apskritimą. Vadinasi, visas jo kelias lygus $6+2\pi \cdot \frac{1}{2} = 6+\pi$.
Teisingas atsakymas **B**.



J23. Ⓐ $Q = \sqrt{S \cdot s}$

Junkime centrą su mažojo trikampio viršūnėmis (žr. pav.). Dabar mažąjį trikampį sudaro trys trikampiai, kurio dvi kraštinės — apskritimo spinduliai, o kampas tarp jų lygus 120°. Pažymėkime tokio trikampio plotą q. Tada $s = 3q$, $Q = 6q$, o didžiojo trikampio plotas keturiskart didesnis už mažojo, todėl lygus $12q$.
Peržiūrėkime atsakymus. Teiginys **A** teisingas: $6q = \sqrt{12q \cdot 3q}$.
Teiginiai **B**, **C**, **D** ir **E** neteisingi: $6q \neq \frac{12q+3q}{2}$, $12q \neq 3q+6q$, $6q \neq \sqrt{144q^2+9q^2}$, $12q \neq 6q+9q$.
Teisingas atsakymas **A**.



J24. Ⓓ 72

Kadangi $2 \cdot 5A$ yra kvadratas, tai skaičiaus A skaidinys pirminiais turi penketą nelyginiu laipsniu, $2 \cdot 3n$ yra kubas, tai skaičiaus A penketo lapsnis turi dalytis iš 3. Mažiausias nelyginis laipsnis, dalus iš 3, yra 3.
Kadangi $2 \cdot 3A$ yra kubas, tai $3A$ turi trejetą laipsniu, daliu iš 3. Kadangi $2 \cdot 5A$ yra kvadratas, tai A turi 3 lyginiu laipsniu, todėl $3A$ turi trejetą nelyginiu laipsniui. Vadinasi, skaičiaus $3A$ skaidinyje trejeto laipsnis ne mažesnis už 3, o skaičiuje A ne mažesnis už 2.
Pagaliau, kadangi $2 \cdot 5A$ yra kvadratas, tai $2A$ turi dvejetą lyginiu laipsniu. Kadangi $2 \cdot 3A$ yra kubas, tai $2A$ turi dvejetą laipsniu, daliu iš 3. Vadinasi, mažiausias dvejeto laipsnis skaičiuje $2A$ yra 6, o skaičiuje A jis lygus 5.
Įsitikinome, kad A dalijasi iš 5^3, iš 3^2 ir iš 2^5, t. y. yra $5^3 \cdot 3^2 \cdot 2^5$ kartotinis. Mažiausias skaičiaus kartotinis yra pats tas skaičius, taigi tikriname, ar $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ tenkina uždavinio sąlygas. Aišku, kad $10A = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ yra kvadratas, o $6A = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ yra kubas.
Liko suskaičiuoti skaičiaus $A = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ daliklių skaičių. Kiekvienas jo daliklis yra $2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 5^\gamma$,

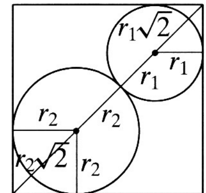
kur galima imti $\alpha = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ (6 būdais), $\beta = 0, 1, 2$ (3 būdais), $\gamma = 0, 1, 2, 3$ (4 būdais). Pagal sandaugos taisyklę, daliklį galima sudaryti $6 \cdot 3 \cdot 4 = 72$ būdais.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Dabar nebesunku užrašyti sprendimą keliais žodžiais. Kadangi $2 \cdot 5 \cdot A$ kvadratas, tai ir $2 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot A$ kvadratas. Kadangi $2 \cdot 3 \cdot A$ kubas, tai ir $2 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot A$ kubas. Vadinasi, $2 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot A$ yra šeštasis laipsnis. Todėl A dalijasi iš $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$, o mažiausias toks skaičius ir yra $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$. Tikriname — jis tenkina sąlygą.

J25. Ⓑ 17

! Sakykime, kad vėrinių yra v, o kiekviename vėrinyje b briliantų ($v \geqslant 2, b \geqslant 2$). Tada seife yra vb briliantų. Jeigu skaičiai b ir v būtų nelygūs, tai žinodami bv, dar negalėtume nustatyti, kiek yra vėrinių: gal jų b, o kiekviename briliantų — v.
Vadinasi, $b = v$, ir briliantų vėriniuose yra b^2. Jeigu skaičius b būtų sudėtinis, t. y. $b = mn$ ($m \geqslant 2, n \geqslant 2$), tai žinant briliantų skaičių b^2, vėrinių skaičiaus vienareikšmiškai nustatyti neįmanoma: vėrinių gali būti m, o deimantų vėrinyje mn^2. Todėl b — pirminis skaičius, ir pagal sąlygą $200 < b^2 < 300$. Tai reiškia, kad $14 < b < 18$, o šią lygybę tenkina vienintelis pirminis $b = 17$.
Teisingas atsakymas **B**.

J26. Ⓓ $2 - \sqrt{2}$



! Pažymėkime apskritimų spindulius r_1 ir r_2. Tada įstrižainė lygi

$$\sqrt{2} = r_1\sqrt{2} + r_1 + r_2 + r_2\sqrt{2},$$

taigi

$$(r_1 + r_2)(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2}, \quad r_1 + r_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = 2 - \sqrt{2}.$$

Teisingas atsakymas **D**.

J27. Ⓒ Visos trys kortelės yra skirtingų spalvų.

! Prisiminkime, kad įvykio S tikimybė — tai palankių atvejų M (kai įvykis S įvyksta) santykis su visų atvejų skaičiumi N. Situacijose **A–D** visų galimų atvejų skaičius N bus tas pats ir lygus skaičiui visų galimų būdų ištraukti tris korteles iš 12, t. y. lygus $C_{12}^3 = 220$. Vadinasi, viską lemia tai, kurioje iš situacijų **A–D** daugiau palankių atvejų.
A) Kadangi kiekvienos iš keturių spalvų kortelių yra 3, tai ištraukti 3 vienos spalvos korteles galima tik 4 skirtingais būdais — tiek pat būdų, keliais galima pasirinkti vieną spalvą iš 4.
B) Raskime, kiek yra atvejų, palankių įvykiui **B**. Suskirstykime korteles į 3 grupes po 4 korteles: I grupę, kurioje visos kortelės turi numerį 1, II grupę, kurioje kortelių numeriai 2, ir III grupę, kurioje kortelių numeriai 3. Ištraukti 3 korteles su skirtingais numeriais — tai tas pat, kas ištraukti po vieną kortelę iš kiekvienos grupių I–III. Bet iš kiekvienos grupės, kadangi joje 4 kortelės, vieną kortelę galima ištraukti lygiai 4 skirtingais būdais. Vadinasi, kadangi traukimai grupėse nepriklausomi, tai $M = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$.
C) Pasirinkti 3 spalvas iš 4 galima $C_4^3 = 4$ būdais. Užfiksavus tas 3 spalvas, ištraukti šių trijų spalvų korteles galima 3^3 būdų, nes kiekvienos spalvos kortelę galima ištraukti 3 skirtingais būdais (jų tiek iš viso). Kadangi skirtingų spalvų keturios, tai $M = 4 \cdot 3^3 = 108$.
D) Grįžkime prie grupių I–III, kurias nagrinėjome atveju **B**. Ištraukti 3 korteles su tuo pačiu numeriu — tai tas pat, kaip ir ištraukti arba 3 korteles iš I grupės, arba 3 korteles iš II grupės, arba 3 korteles iš III grupės. Ištraukti 3 korteles iš vienos fiksuotos grupės galima 4 būdais. Vadinasi, $M = 4 + 4 + 4 = 12$.
Kadangi palankių įvykių atveju **C** daugiausia, tai tikėtiniausias įvykis **C**.
Teisingas atsakymas **C**.

J28. Ⓔ 9

!

Rasti atsakymą visai nesunku. Pažymėkime draugus raidėmis a, b, c, d. Užrašas $bdac$ mums reikš, kad draugo a dovana kliuvo b, b dovana kliuvo d, c dovana kliuvo a ir d dovana kliuvo c. Taigi uždavinys tampa tokiu: kiek yra raidžių a, b, c, d tokių junginių, kad a nestovėtų pirmoje vietoje, b — antroje, c — trečioje, d — ketvirtoje. Surašome apskritai visus ketvertus (abėcėline tvarka) — taip nepražiopsosime nė vieno iš $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ketvertų:

abcd	*bacd*	*cabd*	*dabc*
abdc	*badc*	*cadb*	*dacd*
acbd	*bcad*	*cbad*	*dbcb*
acdb	*bcda*	*cbad*	*dbca*
adbc	*bdac*	*cdab*	*dcab*
adcb	*bdca*	*cdba*	*dcba*

Dabar išbraukiame tuos, kur a stovi pirmoje vietoje (padarykite tai patys) — tai visas pirmas stulpelis. Tada iš likusių junginių išbraukiame tuos, kuriuose b stovi antroje vietoje. Toliau išbraukiame tuos iš likusių junginių, kuriuose trečioje vietoje stovi c, o tada likusius tuos, kur ketvirtoje vietoje stovi d. Matome, kad liko neišbraukti 9 junginiai.
Teisingas atsakymas **E**.

!!

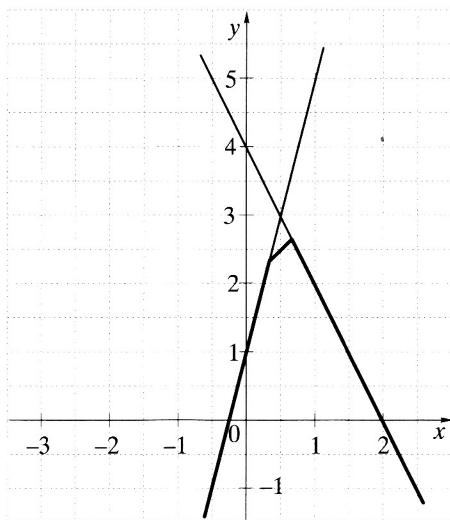
Suprantama, suskaičiuoti reikiamus junginius galima ir jų neišrašant.
Skirstykime junginius į dvi grupes: į tuos, kai yra tokie du draugai, kurie apsikeitė dovanomis, ir į tuos, kai tokių dviejų draugų nėra.
Pirmu atveje kiti du draugai taip pat apsikeis dovanomis — nė vienas jų juk negali dovanos atiduoti sau. Vadinasi, užtenka galvoti apie a: jeigu jis apsikeitė dovana su b, tai tuo viskas ir pasakyta (c apsikeitė su d). Kadangi a gali apsikeisti su b, su c ir su d, turime tris tokius junginius.
Antru atveju tinkamas ketveriukes skaičiuojame taip. Imkime bet kurią tokią ketveriukę. Pradėti galima nuo a — užkoduokime jį raide A. Jis įteikia dovaną kitam draugui (vienam iš b, c, d) — pažymėkime tą kitą B. B negali įteikti dovanos nei A, nei sau — vadinasi, įteikia ją kažkuriam iš likusių draugų — pažymėkime jį C. Draugas C negali įteikti dovanos draugui B — tai būtų apsikeitimas dovanomis. Negali C įteikti dovanos ir A — ketvirtasis iš jų būtų priverstas pasilikti dovaną sau. Vadinasi, C įteikia dovaną draugui D, o D įteikia dovaną A. Taigi A užfiksuotas, yra 3 būdai pasirinkti B, o tada du būdai pasirinkti C — pagal sandaugos taisyklę tam yra $3 \cdot 2 = 6$ būdai.
Žr. taip pat Senjoro 28 uždavinio sprendimą.

J29. Ⓓ $\frac{8}{3}$

!

Aišku, kad didžiausia funkcijos reikšmė pasiekiama viename iš tiesių $y = 4x + 1$, $y = x + 2$, $y = -2x + 4$ susikirtimo taškų. Iš tikrųjų, funkcija $f(x)$ susideda iš tiesių gabalų, ir bet kuris tiesės taškas, nesantis susikirtimo tašku, negali būti maksimumo taškas: į vieną pusę nuo to taško $f(x)$ didės, į kitą — mažės. Raskime visus tris susikirtimo taškus.

1) $y = 4x + 1$, $y = x + 2$, $4x + 1 = x + 2$, $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{7}{3}$. Kadangi taške $x = \frac{1}{3}$ funkcija $y = -2x + 4$ įgyja reikšmę $\frac{10}{3}$, tai taškas $\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$ priklauso $f(x)$ grafikui.
2) $y = 4x + 1$, $y = -2x + 4$, $4x + 1 = -2x + 4$, $x = \frac{1}{2}$, $y = 3$. Kadangi taške $x = \frac{1}{2}$ funkcija $y = x + 2$ įgyja reikšmę $\frac{5}{2}$, mažesnę už 3, tai šis susikirtimo taškas $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ nėra funkcijos grafiko taškas.
3) $y = x + 2$, $y = -2x + 4$, $x + 2 = -2x + 4$, $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{8}{3}$. Kadangi taške $x = \frac{2}{3}$ funkcija $y = 4x + 1$ įgyja reikšmę $\frac{14}{3}$, didesnę už $\frac{8}{3}$, tai susikirtimo taškas $\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$ yra $f(x)$ grafiko taškas.



Palyginkime likusius du grafiko taškus. Kadangi taško $\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$ ordinatė didesnė už taško $\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$, tai jis yra maksimumo taškas.
Teisingas atsakymas **D**.

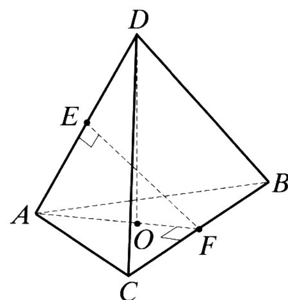
!! Nesunku įsitikinti, kad

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1, & \text{kai } x \leqslant \frac{1}{3}, \\ x + 2, & \text{kai } \frac{1}{3} \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}, \\ -2x + 4, & \text{kai } x \geqslant \frac{2}{3}. \end{cases}$$

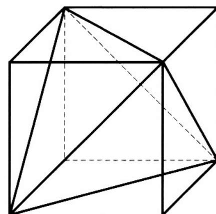
Iš jos grafiko (linijos paryškintos) matome, kad maksimumo taškas yra $\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

J30. Ⓓ 72

! Pažymėkime briaunos ilgį a. Kadangi $AF = FD$ kaip lygių lygiakraščių trikampių pusiaukraštinės, tai $\triangle AFD$ lygiašonis, todėl jo pusiaukraštinė FE yra statmena AD. Lygiakraščio trikampio ACB aukštinė lygi $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, todėl pagal Pitagoro teoremą $EF^2 = AF^2 - AE^2$, $36 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, $a^2 = 36 \cdot 2$, $a = 6\sqrt{2}$. Kadangi piramidės aukštinė krenta į $\triangle ABC$ pusiaukraštinių susikirtimo tašką, tai $AO = \frac{2}{3}AF = \frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Todėl $SO^2 = AD^2 - AO^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3}$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Piramidės pagrindo plotas lygus $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, todėl tūris lygus $\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{6^3 \cdot 4}{12} = 72\,(\text{cm}^3)$.
Teisingas atsakymas **D**.



!! Imkime kubą, kurio kraštinė 6, ir išveskime jo sienų įstrižaines, kaip parodyta paveikslėlyje. Gavome tetraedrą, kurio atstumas tarp prasilenkiančiųjų briaunų vidurių — tai atstumas tarp kubo priešingų sienų centrų, ir lygus 6. Taigi čia mūsų tetraedras, įbrėžtas į kubą. Jo tūris lygus kubo tūriui minus keturių vienodų piramidžių tūriai:



$$V = 6^3 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}6^2 \cdot 6 = 6^2(6 - 4) = 72.$$

SENJORAS (XI ir XII klasės)

S1. Ⓓ 27
Žr. Junioro 2 uždavinio sprendimą.

S2. Ⓑ 3
Žr. Kadeto 14 uždavinio sprendimą.

S3. Ⓐ $2\sqrt{3}$

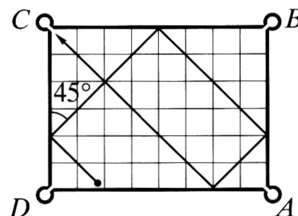
! Kadangi $\triangle BOC$ ir $\triangle BAO$ pagrindai lygūs, o aukštinės sutampa, tai jų plotai lygūs. Todėl $\triangle ABC$ plotus dukart didesnis už $\triangle ABO$ plotą ir lygus $2\sqrt{3}$.
Teisingas atsakymas **A**.

S4. Ⓔ 1

! Kadangi $\sin 89^\circ = \cos 1^\circ$, o $\cos 89^\circ = \sin 1^\circ$, tai trupmenos skaitiklis ir vardiklis lygūs. Todėl jos reikšmė lygi 1.
Teisingas atsakymas **E**.

S5. Ⓒ C

! Kadangi biliardo rutulys atšoka nuo sienelės tuo pačiu kampu, kaip ir krinta, tai visi atšokimo kampai bus 45°. Todėl rutulio trajektorija eis kvadratėlių įstrižainėmis, kaip tat parodyta paveikslėlyje, ir rutulys pateks į kišenę C.
Teisingas atsakymas **C**.



S6. Ⓒ 2
Žr. Bičiulio 25 uždavinio sprendimą.

S7. Ⓑ 25

! Pažymėkime visų testo klausimų skaičių x. Kadangi Petras atsakė į $x-5$ klausimus, tai $x-5=0{,}8x$, iš čia $0{,}2x=5$, $x=25$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Įdomiau spręsti žodžiais, be lygčių. Kadangi pagal sąlygą 5 klausimai sudaro 20%, tai visų klausimų (100%) yra penkiskart daugiau, t. y. 25.

S8. Ⓐ W ir Y
Žr. Kadeto 18 uždavinio sprendimą.

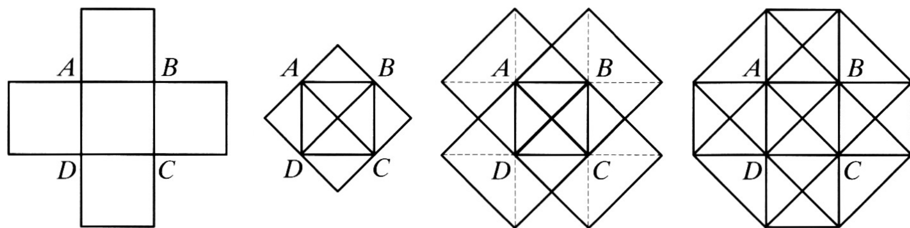
S9. Ⓔ 1 : 1

! Remiantis apskritimo ilgio formule, apskritimų ilgiai sutinka kaip jų skersmenys. Kadangi didžiojo apskritimo skersmuo lygus mažųjų skersmenų sumai, tai didžiojo apskritimo ilgis lygus mažųjų apskritimų ilgių sumai, taigi jų santykis 1 : 1. Žinoma, toks pat santykis išliks, kai imsime pusapskritimius.
Teisingas atsakymas **E**.

S10. Ⓑ 13

! Kadangi x įeina į trikampį, kurio kraštinės x, 5, 9, tai $x < 5+9$. Kadangi x įeina į trikampį, kurio kraštinės x, 5, 17, tai $x+5 > 17$. Vadinasi, $12 < x < 14$, o kadangi x sveikas, tai $x = 13$.
Teisingas atsakymas **B**.

S11. Ⓒ 7



Kvadratai K, turintys 2 bendras viršūnes su kvadrato $ABCD$ viršūnėmis, gali būti tik keturių rūšių: minėtos 2 viršūnės — tai arba 1) gretimos $ABCD$ viršūnės, kurios yra gretimos ir kvadrate $ABCD$, arba 2) gretimos $ABCD$ viršūnės, kurios yra priešingos kvadrate K, arba 3) priešingos $ABCD$ viršūnės, kurios yra gretimos kvadrate K, arba 4) priešingos kvadrato $ABCD$ viršūnės, kurios yra priešingos ir kvadrate K. Skirtingų 1), 2) ir 3) rūšių kvadratų yra po 4 (žr. 1–3 pav.), o 4) rūšies kvadratų, kurie skirtųsi nuo $ABCD$, nėra (tai, beje, reiškia, kad niekas nepasikeistų jeigu sąlygos žodžius „dvi viršūnės“ suprastume kaip „lygiai dvi viršūnės“ arba „bent dvi viršūnės“). Sujungę 1–3 pav. kvadratus į vieną paveikslėlį, gauname aštuoniakampį, kurį sudaro 5 kvadratai, lygūs $ABCD$, ir 4 tokio kvadrato pusės. Vadinasi, aštuoniakampio plotas lygus $5 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 7$ (kv. vienetų).

S12. Ⓓ 100%

Remiantis sąlyga, $\beta = 0{,}75\gamma$, $\beta = 1{,}5\alpha$. Todėl $\gamma = \beta : 0{,}75 = 1{,}5\alpha : 0{,}75 = 2\alpha$. Vadinasi, γ didesnis už α du kartus, t. y. 100%.
Teisingas atsakymas **D**.

S13. Ⓑ 3

Pertvarkykime lygtį: $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, $2^x(2+1) = 3^y(3^2 - 1)$, $2^x \cdot 3 = 3^y \cdot 8$, $2^{x-3} = 3^{y-1}$. Bet lygybė $2^m = 3^n$ su sveikaisiais m ir n įmanoma tik kai $m = 0$: jei $m > 0$, tai kairė pusė lyginė, o dešinė nelyginė arba mažesnė už 1; jei $m < 0$, tai $2^{-m} = 3^{-n}$, ir vėl tinka tas pats samprotavimas. Vadinasi, $m = 0$, tada $n = 0$.
Mūsų lygties atveju tai reiškia, kad $x - 3 = 0$, $y - 1 = 0$, t. y. $x = 3$, $y = 1$.
Teisingas atsakymas **B**.

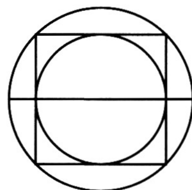
S14. Ⓔ −1

Kadangi $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$, tai $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \ldots + \cos 359^\circ = 2(\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \ldots + \cos 179^\circ) + \cos 180^\circ$. Kadangi $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$, tai dėmenų, vienodai nutolusių nuo pradžios ir galo, sumos lygios nuliui: $\cos 1^\circ + \cos 179^\circ = \cos 1^\circ - \cos 1^\circ = 0$, ..., $\cos 89^\circ + \cos 91^\circ = \cos 89^\circ - \cos 89^\circ = 0$. Vadinasi, duotoji suma lygi $2\cos 90^\circ + \cos 180^\circ = 2 \cdot 0 + (-1) = -1$.
Teisingas atsakymas **E**.

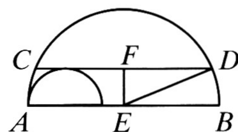
Galima grupuoti ir kitaip. Kadangi $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$, tai $(\cos 1^\circ + \cos 181^\circ) + (\cos 2^\circ + \cos 182^\circ) + \ldots + (\cos 179^\circ + \cos 359^\circ) + \cos 180^\circ = \cos 180^\circ = -1$.

S15. Ⓒ 2π

Atspėti atsakymą paprasta. Imkime kvadratą, kuris kraštine 4 ir jo apibrėžtinį ir įbrėžtinį apskritimus. Apskritimų spinduliai atitinkamai $R = 2\sqrt{2}$ ir $r = 2$, todėl plotas tarp apskritimų lygus $8\pi - 4\pi = 4\pi$, o plotas tarp pusapskritimių 2π. Pastūmę viršutinį mažąjį pusapskritimį į kairę, gauname sąlygą tenkinančią konstrukciją.
Renkamės atsakyma **C**.



! Užtušuotos dalies plotas lygus didžiojo pusskritulio plotų ir mažojo pusskritulio ploto skirtumui, arba pusei didžiojo skritulio ir mažojo skritulio plotų skirtumo. Didžiojo skritulio spindulys lygus $R = 2\sqrt{2}$, mažojo — $r = 2$. Todėl užtušuotos dalies plotas lygus $\frac{1}{2}(\pi R^2 - \pi r^2) = \frac{1}{2}\pi(R^2 - r^2)$.



Įsitikinkime, kad $R^2 - r^2 = 4$. Atkarpos AB vidurio tašką (didžiojo apskritimo centrą) pažymėkime raide E, atkarpos CD vidurio tašką F. $\triangle EFO$ status, $ED = R$, $EF = r$, $FD = 4$, todėl $R^2 - r^2 = 4$. Vadinasi, ieškomas plotas lygus 2π.
Teisingas atsakymas **C**.

S16. Ⓓ 11

! Pažymėkime didžiausią skaičių n, tada pagal sąlygą $n+n-1+n-2 = n-3+n-4+n-5+n-6+n-7$, iš čia $2n = 22$, $n = 11$.
Teisingas atsakymas **D**.

S17. Ⓒ 6

! Kai Tomui bus k metų, jo mamai bus $20+k$. Reikia nustatyti, kiek yra tokių k, kad $20+k$ dalytųsi iš k, t. y. kad k būtų skaičiaus 20 daliklis. Dalikliai yra 2^0, 2^1, 2^2, 5, $5 \cdot 2^1$, $5 \cdot 2^2$, taigi jų yra 6.
Teisingas atsakymas **C**.

S18. Ⓑ 22.15
Žr. Junioro 16 uždavinio sprendimą.

S19. Ⓐ 30

! Sferos lygtis yra $x^2 + y^2 + z^2 = 3^2$, ir reikia rasti, kiek yra jos sveikųjų sprendinių (x, y, z). Iš pradžių laikykime, kad $|x| \geqslant |y| \geqslant |z|$. Tada iš lygties gauname $3x^2 \geqslant 9$, $x^2 \geqslant 3$, $|x| \geqslant 2$. Kita vertus, iš lygties aišku, kad $x^2 \leqslant 3^2$, $|x| \leqslant 3$, vadinasi, $|x| = 2$ arba $|x| = 3$.
Jei $|x| = 2$, turime $y^2 + z^2 = 5$, ir $|y| = 2$, $|z| = 1$. Jei $|x| = 3$, tai $y^2 + z^2 = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Taigi atsisakę sąlygos $|x| \geqslant |y| \geqslant |z|$, turime trejetus $|z| = 1$, $|x| = |y| = 2$; $|y| = 1$, $|x| = |z| = 2$; $|x| = 1$, $|y| = |z| = 2$, taip pat trejetus $|x| = 3$, $y = z = 0$; $|y| = 3$, $x = z = 0$; $|z| = 3$, $x = y = 0$.
Vadinasi, sprendiniai yra dviejų rūšių:
$(\pm2, \pm2, \pm1)$, $(\pm2, \pm1, \pm2)$, $(\pm1, \pm2, \pm2)$ ir $(\pm3, 0, 0)$, $(0, \pm3, 0)$, $(0, 0, \pm3)$.
Pirmos rūšies sprendinių yra triskart po $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, t. y. 24, antros rūšies — triskart po 2, t. y. 6. Iš viso yra 30 sveikųjų lygties sprendinių, taigi ir 30 tinkamų sferos taškų.
Teisingas atsakymas **A**.

S20. Ⓓ

? Funkcija $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$ nėra lyginė: $f(\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f(-\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$. Vadinasi, atkrinta grafikai **A**, **C**, **E**. Kai $-1 \leqslant x \leqslant 0$, tai $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1+x)|} = 1 + x$, ir tos dalies grafikas — tiesė, taigi atkrinta ir grafikas **B**.
Renkamės atsakymą **D**.

! Pasitikrinkime, ar grafikas **D** galėtų būti mūsų funkcijos grafikas. Vieną grafiko dalį jau patikrinome, — kai $-1 \leqslant x \leqslant 0$. Imkime $x \leqslant -1$, tada $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1+x)|} = |1+x| = -x-1$. Vadinasi, šita grafiko dalis — tiesė, kaip ir turi būti.
Imkime $0 \leqslant x \leqslant 1$. Tada $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1-x)|} = \sqrt{|1-x^2|} = \sqrt{1-x^2}$. Bet grafikas $y = \sqrt{1-x^2}$ yra apskritimo dalis, nes $x^2 + y^2 = 1$.
Pagaliau, kai $x \geqslant 1$, tai $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1-x)|} = \sqrt{|1-x^2|} = \sqrt{x^2-1}$. Kadangi $\sqrt{x^2-1} < x$, tai ši grafiko dalis yra žemiau tiesės $y = x$. Negana to, $x - \sqrt{x^2-1} = \frac{x^2-(x^2-1)}{x+\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{x+\sqrt{x^2-1}}$, taigi kai x neapibrėžtai didėja, tai grafikas visiškai suartėja su tiese $y = x$. Panašu, kad ir į šią sąlygą, braižant grafiko eskizą, atsižvelgta.
Teisingas atsakymas **D**.

S21. Ⓓ 60

? Atvejais **B**, **C** ir **E** nesunku nurodyti tinkamas x reikšmes: $100+\sqrt{100}=110$, $81+\sqrt{81}=90$, $25+\sqrt{25}=30$. Susitvarkome ir su atveju **A**: $x=25^2$ per mažai, $x=30^2$ per daug, $x=29^2$ kaip tik: $841+29=870$. Liko atsakymas **D**.
Renkamės atsakymą **D**.

! Reikia įrodyti, kad lygtis $x+\sqrt{x}=60$ neišsprendžiama sveikaisiais skaičiais.
Galima remtis teiginiu, kad jeigu sveikasis x nėra kvadratas, tai $\sqrt{x}$ iracionalus. Bet x negali būti ir kvadratas: $x=7^2$ per mažai ($49+7<60$), o $x=8^2$ per daug.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Nesiremkime teiginiu apie iracionalumą — lygtį $x+\sqrt{x}=60$ nesunku išspręsti: $4x+4\sqrt{x}=240$, $4x+4\sqrt{x}+1=241$, $(2\sqrt{x}+1)^2=241$, $2\sqrt{x}+1=\sqrt{241}$, $2\sqrt{x}=\sqrt{241}-1$, $4x=242-2\sqrt{241}$, $2x=121-\sqrt{241}$. Bet skaičius $\sqrt{241}$ iracionalus, todėl ir x iracionalus. Kitaip sakant, skaičius 60 nėra reiškinio $x+\sqrt{x}$ reikšmė ne tik kai x sveikasis skaičius, bet netgi nėra to reiškinio reikšmė, kai x racionalusis skaičius.

!!! Galima lygčių ir nespręsti. Kadangi mūsų reiškinys lygus $\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)$, tai iš karto matome, kad jis lygus $110=10\cdot 11$, kai $\sqrt{x}=10$; lygus $90=9\cdot 10$, kai $\sqrt{x}=9$; lygus $30=5\cdot 6$, kai $\sqrt{x}=10$; pagaliau, lygus $870=29\cdot 30$, kai $\sqrt{x}=29$. Įsitikinkime, kad lygtis $x+\sqrt{x}=60$ neturi sveikųjų sprendinių. Kairėje didėjanti funkcija, todėl sprendinys vienintelis. Bet $x=52$ per mažai ($52+\sqrt{52}<52+8$), o $x=53$ per daug ($53+\sqrt{53}>53+7$). Taigi sveikųjų sprendinių nėra.

S22. Ⓓ $y(x)=\frac{4x}{2-3x}$

? Lygtis $f(g(x))=x$ virsta $\frac{2g(x)}{3g(x)+4}=x$, $2g(x)=3xg(x)+4x$, $g(x)(2-3x)=4x$, $g(x)=\frac{4x}{2-3x}$.
Renkamės atsakymą **D**.

! Drąsiai dalijome iš $2-3x$. O kas, jei $x=\frac{2}{3}$? Turime lygybę $g(x)\cdot 0=4\cdot\frac{2}{3}$, kuri neteisinga. Tai reiškia, kad funkcijos $g(x)$ taške $x=\frac{2}{3}$ nagrinėti negalima. O tai reikšia, kad funkcija $g(x)$, tenkinanti sąlygą, taške $x=\frac{2}{3}$ būtinai turi būti neapibrėžta. Tokia ir yra funkcija $g(x)=\frac{4x}{2-3x}$ — ji neapibrėžta taške $x=\frac{2}{3}$, bet apibrėžta visuose kituose taškuose.
Beje, ir pati funkcija $f(x)=\frac{2x}{3x+4}$ apibrėžta ne visur: ji neapibrėžta taške $x=-\frac{4}{3}$. Kadangi mums rūpi $f(g(x))$, tai pasižiūrėkime, ar negali $g(x)$ įgyti reikšmės $-\frac{4}{3}$, t. y. ar kuriam nors x nebus $g(x)=-\frac{4}{3}$? Sprendžiame: $\frac{4x}{2-3x}=-\frac{4}{3}(x\neq\frac{2}{3})$, $12x=-8+12x$. Lygtis sprendinių neturi, taigi $g(x)$ blogosios reikšmės $x=-\frac{4}{3}$ neįgyja.
Išsiaiškinome štai ką. Sakykime, kad mūsų uždavinys fomuluojamas taip:
Duota funkcija $f(x)=\frac{2x}{3x+4}$. Ar yra tokia funkcija $g(x)$, apibrėžta $\mathbb{R}$, kad *$f(g(x))=x$ visiems x?*
Tada, kaip matėme, atsakymas netikėtas: tokios funkcijos $g(x)$ nėra.
Vadinasi, uždavinį tiksliau galima būtų formuluoti taip:
Duota funkcija $f(x)=\frac{2x}{3x+4}$. Raskite funkciją $g(x)$, apibrėžtą visoje realiųjų skaičių tiesėje, išskyrus, gal būt, vieną tos tiesės tašką, kuri tenkintų lygybę $f(g(x))=x$ kiekviename funkcijos $g(x)$ apibrėžimo taške.
Tada sprendinys $g(x)$ (net ir neturint jokių atsakymų) būtų vienintelis: tai funkcija $g(x)=\frac{4x}{2-3x}$, ir ji visur, išskyrus tašką $x=\frac{2}{3}$, tikrai tenkina lygybę $f(g(x))=x$, t. y. $\frac{2\cdot\frac{4x}{2-3x}}{3\cdot\frac{4x}{2-3x}+4}=x$, nes kai $x\neq\frac{2}{3}$, tai skaitiklis lygus $\frac{8x}{2-3x}$, o vardiklis $\frac{8}{2-3x}$.
Teisingas (šiek tiek patikslinus sąlygą) atsakymas **D**.

S23. Ⓓ $\frac{1}{13}$

! Simona laimės pirmu ridenimu, jei Ona atvers 4, 5 arba 6, Marijona atvers 1, 2, 3, 6, o Simona atvers 6. Tokio įvykio tikimybė lygi $\frac{3}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$.

Simona laimės antru ridenimu, jei pirmu ridenimu niekas nelaimės, o antru ridenimu vėl viskas vyks kaip anksčiau. Tokio įvykio tikimybė $\frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{18} = \frac{5}{18} \cdot \frac{1}{18}$. Simona laimės trečiu ridenimu, jei pirmus du ratus niekas nelaimės, o trečią laimės Simona. Tokio įvykio tikimybė $\frac{5}{18} \cdot \frac{5}{18} \cdot \frac{1}{18}$. Tikimybė, kad Simona laimės ketvirtu ridenimu, yra $\left(\frac{5}{18}\right)^3 \cdot \frac{1}{18}$, penktu — $\left(\frac{5}{18}\right)^4 \frac{1}{18}$ ir t. t.
Jeigu Simona laimės, tai ji laimės arba pirmu ridenimu, arba antru ridenimu, ir t. t. Vadinasi, tikimybė kad Simona laimės, lygi

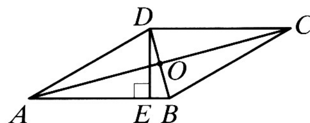
$$\frac{1}{18} + \frac{5}{18} \cdot \frac{1}{18} + \left(\frac{5}{18}\right)^2 \cdot \frac{1}{18} + \ldots = \frac{\frac{1}{18}}{1-\frac{5}{18}} = \frac{1}{13}.$$

Teisingas atsakymas **D**.

!! Įsivaizduokime, kad pirmame rate niekas nelaimėjo, ir klausiame: Kokia tikimybė laimėti Simonai dabar? Atsakymas aiškus: tokia pat, kaip ir iš pradžių.
Dabar samprotaukime taip. Simona laimi, jeigu ji laimi pirmame rate arba visi pralaimi pirmame rate, o Simona laimi (po pirmo rato). Vadinasi, norint rasti Simonos laimėjimo tikimybę P, reikia sudėti dvi tikimybes: 1) Simona laimi pirmame rate ir 2) tikimybę, kad visi nelaimi pirmame rate, bet galų gale laimi Simona. Vadinasi, $P = \frac{1}{18} + \frac{5}{18} \cdot P$. Iš čia $18P = 1 + 5P$, $P = \frac{1}{13}$.

S24. Ⓑ 30°

! Rombo kraštinę pažymėkime a, smailųjį kampą α, įstrižaines D ir d, aukštinę h. Pagal sąlygą $a = \sqrt{Dd}$, t. y. $Dd = a^2$. Aukštinę $DE = h$ randame dvejopai apskaičiavę rombo plotą — kaip įstrižainių sandaugos pusę ir kaip kraštinės ir aukštinės sandaugą: $ah = \frac{1}{2}Dd = \frac{1}{2}a^2$, iš čia $h = \frac{1}{2}a$.



Kadangi $\triangle ADE$ statinis DE lygus pusei įžambinės AD, tai $\alpha = 30^\circ$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Galima remtis trigonometrija: $\frac{d}{2} = a \sin \frac{\alpha}{2}$, $\frac{D}{2} = a \cos \frac{\alpha}{2}$, todėl $Dd = 4a^2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2a^2 \sin \alpha$. Pagal sąlygą $Dd = a^2$, todėl $a^2 = 2a^2 \sin \alpha$, t. y. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = 30^\circ$.

S25. Ⓑ -2

! Įstatę į $f(x)$ išraišką $x = 0$, gauname $f(0) = d$. Bet iš grafiko turime $f(0) = 2$, taigi $d = 2$. Įstatę reikšmes $x = -1$ ir $x = 1$, turime $f(-1) = -a + b - c + d$, $f(1) = a + b + c + d$. Bet iš grafiko matome, kad -1 ir 1 yra daugianario $f(x)$ šaknys, todėl $f(-1) = f(1) = 0$. Vadinasi, $-a + b - c + d = 0$ ir $a + b + c + d = 0$. Sudėję šias lygybes gauname $2b + 2d = 0$, $2b + 2 \cdot 2 = 0$, $b = -2$.
Teisingas atsakymas **B**.

S26. Ⓒ 6

! Pažymėkime lygties sveikąsias šaknis x_1 ir x_2, $x_1 \leqslant x_2$. Pagal Vijeto teoremą $x_1 x_2 = 2007$, $x_1 + x_2 = -a$. Kadangi 2007 skaidinys pirminiais yra $3 \cdot 3 \cdot 223$, tai turime 6 sprendinių poras: $(-2007, -1)$, $(-669, -3)$, $(-223, -9)$, $(1, 2007)$, $(3, 669)$, $(9, 223)$. Randame atitinkamas a reikšmes: -2008, -672, -232, 2008, 672, 232. Visos jos skirtingos, taigi turime 6 reikšmes.
Teisingas atsakymas **C**.

S27. Ⓒ $\frac{9}{10}$

! Sumos dėmenys yra $\frac{1}{n\sqrt{n-1}+(n-1)\sqrt{n}}$, $n = 2, 3, \ldots, 99$, taigi lygūs $\frac{n\sqrt{n-1}-(n-1)\sqrt{n}}{n^2(n-1)-(n-1)^2 n} = \frac{n\sqrt{n-1}}{n(n-1)} - \frac{(n-1)\sqrt{n}}{n(n-1)} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{1}{\sqrt{n}}$. Todėl suma lygi $\left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{\sqrt{98}} - \frac{1}{\sqrt{99}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{\sqrt{100}}\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$.
Teisingas atsakymas **C**.

S28. Ⓒ 44

? Sekti sprendimo mintį bus žymiai lengviau, jei iš pradžių perskaitysite Junioro 28 uždavinio sprendimą — ten išnagrinėtas paprastesnis keturių draugų atvejis.
Pažymėkime draugus raidėmis a, b, c, d, e. Užrašas $bdaec$ mums reikš, kad draugo a dovana kliuvo b, draugo b — draugui d, c — draugui a, d — draugui e, draugo e — draugui c. Taigi uždavinys tampa tokiu: kiek yra raidžių a, b, c, d, e tokių junginių, kad a nestovi pirmoje vietoje, b — antroje, c — trečioje, d — ketvirtoje, e — penktoje vietoje.
Suskirstykime „gerus" junginius į dvi grupes: 1) į tuos, kai yra tokie du draugai, kurie apsikeitė dovanomis, ir 2) tuos, kai tokių porų nėra.
1) atveju ta apsikeitusių dovanomis pora vienintelė: jeigu būtų dar viena pora, tai penktasis nebeturėtų kam įteikti dovanos. Vadinasi, šiuo atveju yra pora apsikeitusių dovanomis, ir yra trejetas, kurie keitėsi dovanomis ratu: pirmas dovanoju antram, antras — trečiam, trečias — pirmam. Raskime tokių junginių skaičių. Iš 5 draugų 2 paimti į porą galima $C_5^2 = 10$ būdų. Porą sudarius, lieka trys draugai A, B, C, ir apsikeisti dovanomis jie gali tik 2 būdais: $A \to B \to C \to A$ arba $A \to C \to B \to A$. Vadinasi, tokių junginių yra $10 \cdot 2 = 20$.
2) atveju pradėkime nuo a — užkoduokime jį raide A. Jis įteikia dovaną draugui (vienam iš b, c, d, e), pažymėkime jį B. B negali įteikti dovanos draugui A — A ir B būtų pora apsikeitusių dovanomis. Jis įteikia dovaną trečiam draugui — pažymėkime jį C. C negali įteikti dovanos nei A (nes tada likusieji draugai apsikeistų dovanomis), nei B (B jau gavo dovaną). Vadinasi, C dovanoja ketvirtam iš draugų — pažymėkime jį D. D negali dovanoti nei A (tada penktasis nebeturėtų kam dovanoti), nei B ar C — šie jau turi dovanas. Vadinasi, D gali dovanoti tik penktajam draugui — pažymėkime jį E. Dabar dovanas turi visi, išskyrus A, taigi E dovanoja A. Žodžiu, viskas vyksta pagal schemą $A \to B \to C \to D \to E \to A$. Draugas A fiksuotas — tai a, ir lieka sužinoti, keliais būdais galima sustatyti likusius 4 draugus. Aišku, kad yra $4! = 24$ būdai: B galima pasirinkti 4 būdais; kad ir kaip būtume pasirinkę B, C galime pasirinkti 3 būdais; D galėsime pasirinkti 2 būdais; E pasirinkinėti nebereikės — jis liko vienintelis. Remiantis sandaugos taisykle, yra $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ šio atvejo junginiai.
Iš viso turime $20 + 24 = 44$ tinkamus junginius.
Teisingas atsakymas **C**.

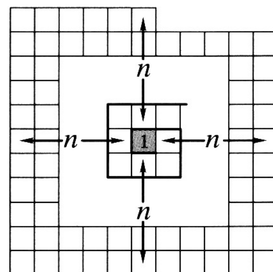
!! Įdomus ir toks skaičiavimo būdas.
Jeigu draugų būtų tik 2, tai jie galėtų apsikeisti dovanomis tik 1 būdu. Jeigu draugų būtų 3, iš visų $3! = 6$ raidžių a, b, c kėlinių reikia išbraukti tuos, kuriuose lygiai viena raidė stovi savo vietoje, ir tuos, kuriuose dvi raidės (taigi ir visos trys) stovi savo vietoje. Taigi liks $6 - 3 \cdot 1 - 1 = 2$ būdai.
Jeigu draugų būtų 4, tai iš visų $4! = 24$ raidžių a, b, c, d kėlinių reikia išbraukti tuos, kai lygiai viena raidė stovi savo vietoje (ją pasirinkti galima 4 būdais, o likusias tris, kaip jau žinome, galima perstatyti 2 būdais, taigi čia turime $4 \cdot 2$ kėlinius), kai lygiai 2 raidės stovi savo vietoje (jas pasirinkti galima $C_4^2 = 6$ būdais, likusias 2 galima perstatyti 1 būdu, — iš viso $6 \cdot 1$ tokie kėliniai), kai lygiai 3 raidės savo vietoje (tokių nėra, nes ir ketvirtoji tada savo vietoje), kai visos 4 savo vietoje (1 kėlinys). Taigi turėtume $24 - 4 \cdot 2 - 6 \cdot 1 - 1 = 9$ kėlinius (vadinasi, dar vienu būdu išsprendėme Junioro 28 uždavinį).
Kai draugai 5, tai iš visų $5! = 120$ raidžių kėlinių reikia išbraukti:

- tuos, kai lygiai viena raidė stovi savo vietoje (ją pasirinkti galima 5 būdais, o likusias 4 raides, kaip ką tik radome, galima „teisingai" sustatyti 9 būdais, — iš viso $5 \cdot 9 = 45$ tokie kėliniai);
- tuos, kai lygiai dvi raidės stovi savo vietose (jas pasirinkti galima $C_5^2 = 10$ būdų, likusias tris raides jų vietose „teisingai" sustatyti galima 2 būdais, — iš viso $10 \cdot 2 = 20$ tokių kėlinių);
- tuos, kai lygiai 3 raidės stovi savo vietose (jas pasirinkti galima $C_5^3 = 10$ būdų, likusias dvi galima sustatyti tik 1 būdu, — iš viso $10 \cdot 1 = 10$ kėlinių);
- tuos, kai bent 4 raidės stovės savo vietose — tada savo vietose stovės visos 5 raidės (1 toks kėlinys).

Vadinasi, „teisingų" kėlinių skaičius lygus $120 - 45 - 20 - 10 - 1 = 44$.

S29. Ⓐ 1

! Tarkime, kad pildydami lentelę, mes atsiradome n-tajame langelyje virš pradinio ir įrašėme eilinį skaičių. Nagrinėkime figūrą, kurią sudaro visi užpildyti langeliai. Jeigu langelio kraštinė lygi 1, tai užpildyti langeliai sudaro kvadratą, kurio kraštinė lygi $2n+1$, be n langelių į dešinę viršutinėje eilutėje (žr. pav.). Todėl minėtoji figūra turi $(2n+1)^2 - n$ langelių. Vadinasi, paskutinis įrašytas skaičius (jis ir yra n-tajame langelyje virš pradinio) yra $((2n+1)^2 - n)$-tasis sekos 1234512345... skaičius. Kadangi šios sekos skaičiai kartojasi periodiškai su periodu 5, tai kalbamasis skaičius lygus $(2n+1)^2 - n$ dalybos iš 5 liekanai. Skyrium imant, kai $n = 100$, skaičius $(2n+1)^2 - n = (200+1)^2 - 100 = 200^2 + 2\cdot 200 + 1 - 100$ duoda liekaną 1.
Teisingas atsakymas **A**.



!! Raskime skaičių, esančių virš pradinio, visą seką. Kadangi $n = 5k + r$, $r = 1, 2, 3, 4, 5$, tai dalybos iš 5 liekana bus $(10k + 2r + 1)^2 - 5k - r$, t. y. $(2r+1)^2 - r$ dalybos liekana. Vadinasi, šios sekos nariai kartosis kas 5 ir bus lygūs 3, 3, 1, 2, 1, 3, 3, 1, 2, 1, ... Žinoma, 100-tasis jos narys lygus 1.

S30. Ⓑ 981

? Nors spręsti tai sunkus uždavinys, bet gauti atsakymą ne taip jau ir sudėtinga. Pasiaiškinkime, kaip sudaryta mūsų seka. Iš pradžių eina 1, tada 3, po jo $1+3$, tada 3^2, po jo $1+3^2$, $3+3^2$, $1+3+3^2$, tada 3^3, po jo $1+3^3$, $3+3^3$, $1+3+3^3$, $1+3^2+3^3$, $1+3^2+3^3$, $3+3^2+3^3$, $1+3+3+3^2+3^3$, tada 3^4 ir t. t.
Kitaip sakant, seka sudaryta taip: po kiekvieno trejeto laipsnio 3^n kiekvienas tolesnis narys gaunamas prie to laipsnio pridedant kiekvieną ankstesnį narį, o paskutiniu žingsniu 3^n trigubinamas ir rašoma 3^{n+1}. Vadinasi, narių skaičius iki 3^n (įskaitytinai) iki 3^{n+1} (įskaitytinai) padvigubėja. Todėl iki 3^0 yra 1 narys, iki 3^1 yra 2 nariai, iki 3^2 yra 4 nariai, iki 3^3 yra 8 nariai, iki 3^4 yra 16 narių ir t. t. Kitais žodžiais, iki 3^n yra 2^n narių, arba dar kitaip sakant, 3^n yra 2^n-tasis sekos narys.
Išsiaiškinome, kad 3^6 yra 64-tas narys, o 3^7 – 128-tas narys. Mums reikia 100-tojo nario, taigi dar reikia 36 narių po 64-tojo nario. Kadangi po $a_{64} = 36$ nariai eina kaip iš pradžių, tai lengva suskaičiuoti 2^5-tą narį po 3^6: tai bus $3^6 + 3^5$. Vadinasi, $a_{96} = 3^6 + 3^5$. Po šio nario eis nariai $a_{97} = 3^6 + 3^5 + 1$, $a_{98} = 3^6 + 3^5 + 3$, $a_{99} = 3^6 + 3^5 + 1 + 3$, $a_{100} = 3^6 + 3^5 + 3^2$. Taigi $a_{100} = 9(81 + 27 + 1) = 9 \cdot 109 = 981$.
Renkamės atsakymą **B**.

! Kuo gi negriežtas pateiktasis sprendimas? Viena — reikia įrodyti, kad nė viena suma nepasikartos (kitaip sakant, kad to paties sekos nario negalima užrašyti dviem būdais). Antra — mes neįrodėme, kad sudarant seką mūsų būdu tikrai nepraleisime nė vienos sumos.
Su pirmu sunkumu susitvarkyti lengva: mūsų seka sudaryta taip, kad ji neabejotinai didėja, taigi ir nariai skirtingi.
Nesudėtinga įrodyti, ir kad sekoje yra kiekviena suma $3^p + 3^q + 3^r + \ldots + 3^s$ ($p > q > r > \ldots > s$, „sumoje“ gali būti ir vienas narys). Iš tikrųjų, ta suma eina po 3^p, ir gaunama „kartojant“, t. y. prie 3^p pridedant visus ankstesnius narius. Todėl užtenka įsitikinti, kad sekoje yra narys $3^q + 3^r + \ldots + 3^s$. Bet jis yra sekoje po 3^q, pridedant ankstesnius narius. Tęsdami prieisime prie 3^s, kuris sekoje tikrai yra. Teiginys įrodytas.

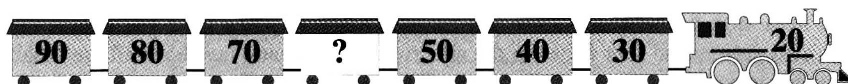
!! Rafinuotai uždavinio sprendimas užrašomas taip. Kiekvienas sekos narys trejetainėje sistemoje užrašomas skaitmenimis 1 ir 0: 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, ... Jo numeris yra toks pat, tik „perskaitytas“ dvejetainėje sistemoje. Kadangi $100 = 64 + 32 + 4 = 1^6 + 2^5 + 2^2$, tai dvejetainėje sistemoje šimtas išreiškiamas taip: 1100100. Todėl šimtoje vietoje stovi 1100100, perskaitytas trejetainėje sistemoje: $3^6 + 3^5 + 3^2 = 981$.

Questions of Kangaroo 2007

NIPPER (grades 1 and 2)

3-POINT QUESTIONS

N1. Which number should be written in place of the question mark?



A 10 **B** 20 **C** 40 **D** 60 **E** 80

N2. Which bike is most expensive?

950 Lt 590 Lt 905 Lt 899 Lt 509 Lt

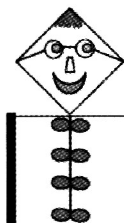
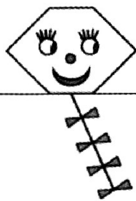
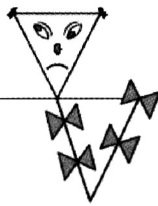
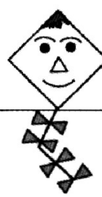
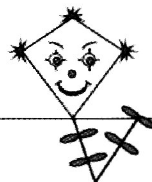






A **B** **C** **D** **E**

N3. Which kite has the longest string?

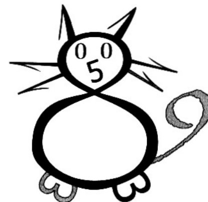






A **B** **C** **D** **E**

N4. Yesterday we celebrated John's birthday. Tomorrow will be Thursday. Which day of the weak was John's birthday?

A Monday **B** Tuesday **C** Wednesday **D** Thursday **E** Friday

N5. How many different digits can you find in this picture?
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 9 **E** 13

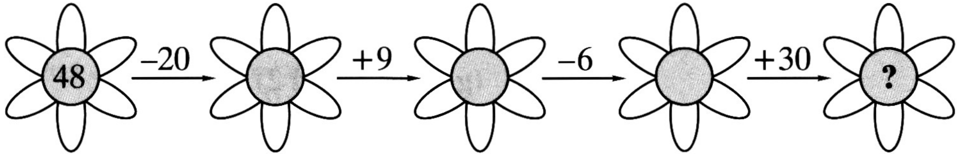


N6. There were 14 passengers in the bus. At the first busstop 8 passengers got off and 5 passengers got on. In the next busstop 1 passenger got off and 8 got on. How many passengers are now going by the bus?

A 10 **B** 18 **C** 24 **D** 0 **E** 4

4-POINT QUESTIONS

N7. Which number do you have to write in the last daisy?

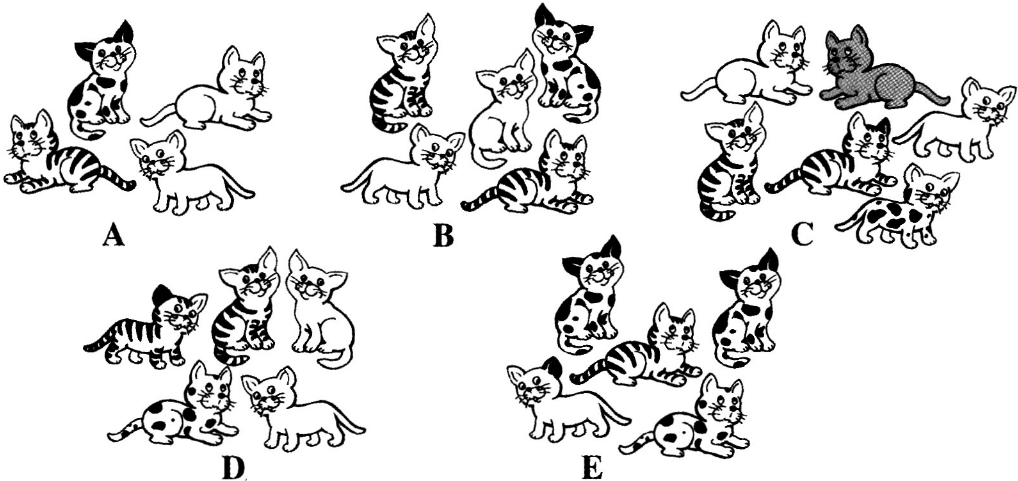


A 35 **B** 47 **C** 54 **D** 61 **E** 113

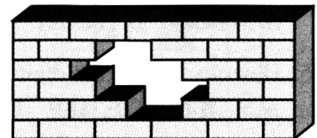
N8. Caroline lives with her mother, father and brother Andrew. They have got Brutus the dog, two cats, two parrots and four fishes in the aquarium. How many legs have all the inhabitants of this house in total?

A 22 **B** 28 **C** 32 **D** 24 **E** 12

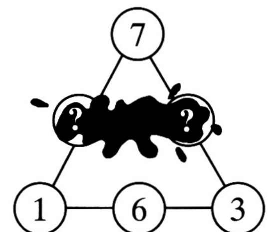
N9. Misty the cat has five kittens: two of them are striped, one spotty, the rest of them are absolutely white. In which picture can we see the kittens of Misty, knowing that the ears of one of them are of different colour?



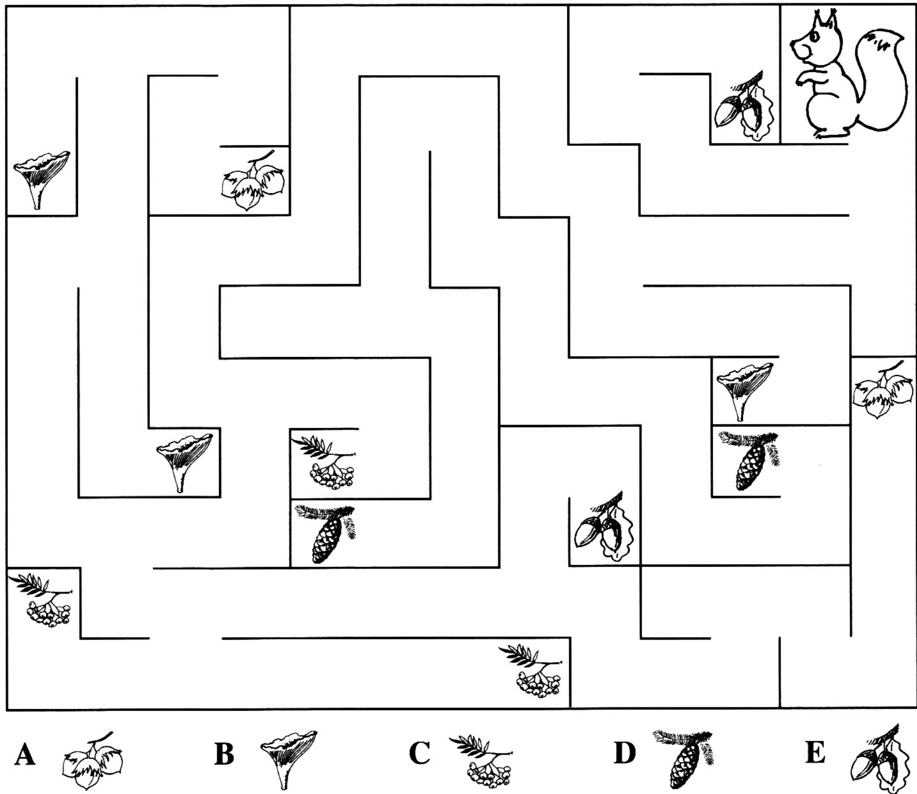
N10. How many bricks are missing in the wall?
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9



N11. The sums of the all the three numbers on each side of the triangle are equal. Two numbers happened to be stained with ink. How much is the sum of these two numbers?
A 2 **B** 0 **C** 3 **D** 4 **E** 10



N12. A squirrel is following the paths of labyrinth and collecting food for winter. Which stuff it will not be able to take?



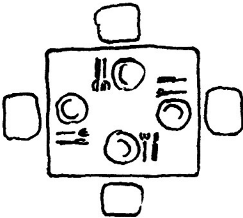
5-POINT QUESTIONS

N13. Paul wishes to write different numbers from 1 to 9 in the cells of the table so that the total of the three numbers of each row and each column were equal to 15. Some of the numbers are already written there. What number must be written in place of the question mark?

?		4
7		
		8

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** 6

N14. Four people can be seated at a square table. How many people at most could be seated if we pushed four tables of this kind together in one row?
A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 12



N15. Yesterday Pete came home earlier than Helen. Julia came back earlier than Pete. Agnes never comes home earlier than Julia. Who was the first to come home?

A Pete **B** Helen **C** Julia **D** Agnes **E** Impossible to answer

N16. Mike has built a construction, shown in the upper picture, from equal cubes. Lily has taken several cubes out of it, thus Mike's construction became such as we see in the lower picture. How many cubes has Lily taken?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

N17. Monkey Micky eats 4 kg of bananas per day and monkey Minnie 3 kg. In how many days monkey Minnie will eat as much bananas as Micky in 3 days?

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 7

N18. Eva is painting the cells in a certain order: a first cell red, a second one yellow, a third one blue, a fourth one green, a fifth one violet, and then she repeats the colours in the same order. Which colour will a thirty third cell be painted?

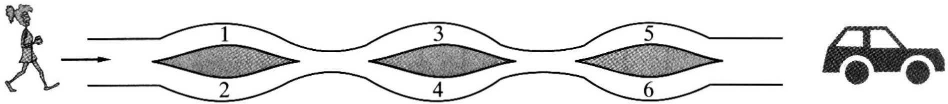
r	y	b	g	v	r	y	b	g								

A Red **B** Yellow **C** Blue **D** Green **E** Violet

MINOR (grades 3 and 4)

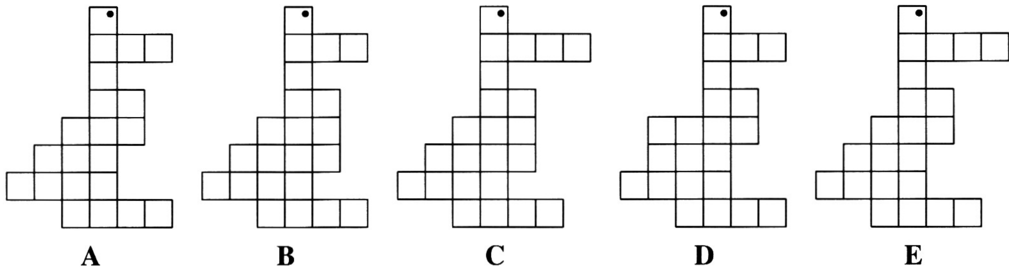
3-POINT QUESTIONS

M1. Zita walks from left to right and puts the numbers into her basket. Which of the following numbers can be in her basket?



A 1, 2 and 4 **B** 2, 3 and 4 **C** 2, 3 and 5 **D** 1, 5 and 6 **E** 1, 2 and 5

M2. In which figure can you find the largest number of small squares?



M3. How many common letters do the words KANGAROO and PROBLEM have?

A 5 **B** 1 **C** 7 **D** 2 **E** 3

M4. What is the first number larger than 2007 such that the sum of the digits be the same as that of 2007?

A 2016 **B** 2115 **C** 2008 **D** 1008 **E** 2070

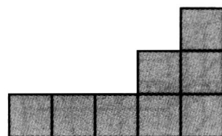
M5. There are 9 lampposts on one side of the path in the park. The distance between each pair of neighbouring lampposts is 8 metres. George was jumping all the way from the first lamppost to the last one. How many metres has he jumped?

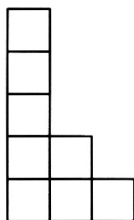
A 48 **B** 56 **C** 64 **D** 72 **E** 80

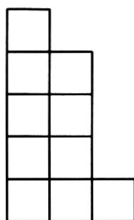
M6. The combination for opening a safe is a three-digit number made up of different digits. How many different combinations can you make using digits 1, 3 and 5 only?

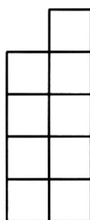
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

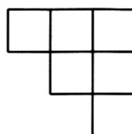
M7. What is the piece that fits completely to the given one to form a rectangle?

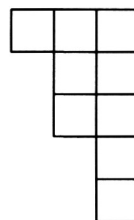



A

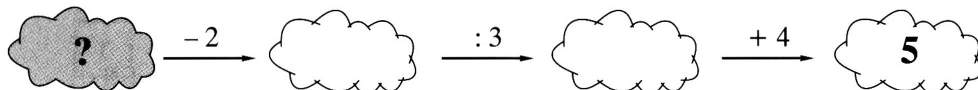

B


C


D


E

M8. Which number has to be put into the dark cloud to have all the given calculations right?



A 1 **B** 3 **C** 5 **D** 7 **E** 9

4-POINT QUESTIONS

M9. $4 \times 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \times 4 = ?$
A 32 **B** 44 **C** 48 **D** 56 **E** 144

M10. In the square below the numbers 1, 2 and 3 must be written in the cells. In each row and in each column each of the numbers 1, 2 and 3 must appear. Harry started to fill in the square. Which number can be written in the cell with the question mark?

1	**?**	
2	1	

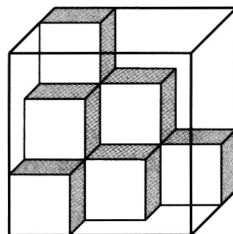
A Only 1 **B** Only 2 **C** Only 3 **D** 2 or 3 **E** 1, 2 or 3

M11. Hermenegilda has 5 euro. She intends to buy 5 exercise books, 80 eurocents each, and some pencils, 30 eurocents each. How many pencils can she afford to buy at most?

A 5 **B** 4 **C** 3 **D** 2 **E** 1

M12. Daniela has got cubes with their edges 1 dm long. She has put some of them into the aquarium of the shape of a cube with the edges 3 dm long as you see in the picture. How much more cubes can she put into the aquarium?

A 9 **B** 13 **C** 17 **D** 21 **E** 27



M13. Basil, who is older than Pete by 1 year and 1 day, was born on January 1, 2002. What is the date of Pete's birth?

A January 2, 2003 **B** January 2, 2001 **C** December 31, 2000
D December 31, 2002 **E** December 31, 2003

M14. John has 400 spaghetti strands, each 15 cm long, on his lunch plate. If he joined them end to end (using sauce as glue) to form one long strand, how long it would be:

A 6 km **B** 60 m **C** 600 cm **D** 6000 mm **E** 60 000 cm

M15. Peter wrote a one-digit number, then an additional digit on its right. He added 19 to the obtained number and got 72. What number did Peter write at first?

A 2 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 9

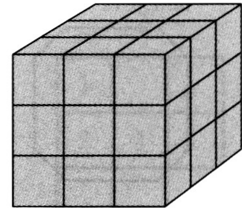
M16. A digital clock shows the time 20:07. What minimal time should pass in order that the same four digits (in any order) would appear on the clock?

A 4 h 20 min **B** 6 h 00 min **C** 10 h 55 min **D** 11 h 13 min **E** 24 h 00 min

5-POINT QUESTIONS

M17. A cube with the edge 3 cm long is painted grey and cut into smaller cubes each with an edge of 1 cm long. How many smaller cubes will have exactly 2 faces painted?

A 4 **B** 6 **C** 8 **D** 10 **E** 12



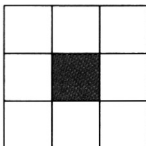
M18. A *palindrome* is a number which remains the same when its digits are written in a reverse order. For example, 1331 is a palindrome. A car's odometer reads 15951. What is the least number of kilometers required for the next palindrome to appear?

A 100 **B** 110 **C** 710 **D** 900 **E** 1010

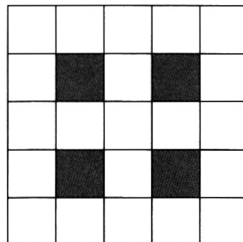
M19. Romain, Fabien, Lise, Jennifer, Adrien are in a single queue. Romain is after Lise. Fabien is before Romain and just after Jennifer. Jennifer is before Lise, but she is not the first. Which is Adrien in the queue?

A 1st **B** 2nd **C** 3rd **D** 4th **E** 5th

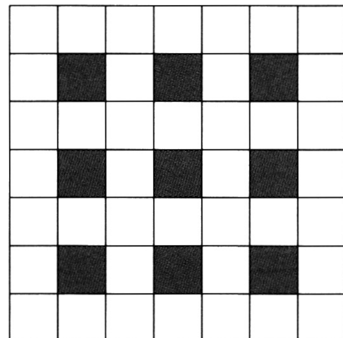
M20. We count the number of white cells. How many white cells has the next square?



8 white cells



21 white cells



40 white cells

A 50 **B** 60 **C** 65 **D** 70 **E** 75

M21. What is the perimeter of a figure made by cutting out four squares, one at each corner, with a perimeter of 8 cm from the rectangle 15 cm by 9 cm?

A 48 **B** 40 **C** 32 **D** 24 **E** 16

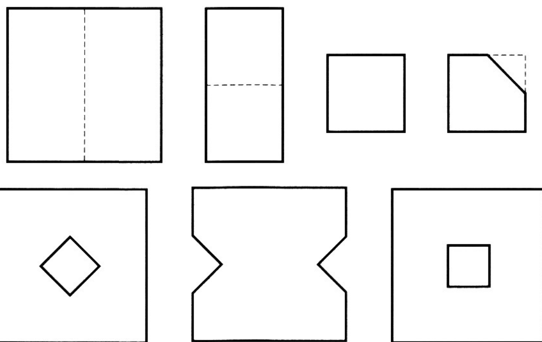
M22. The seats on a children's merry-go-round are numbered $1, 2, 3, \ldots$. On this merry-go-round, Peter was sitting on the seat number 11, exactly opposite Maria, who was sitting on the seat number 4. How many seats are there on this merry-go-round?

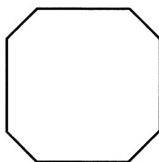
A 13 **B** 14 **C** 16 **D** 17 **E** 22

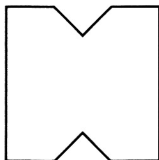
M23. How many digits do you need to write down all the numbers from 1 to 100?

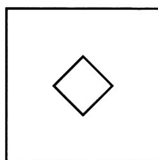
A 100 **B** 150 **C** 190 **D** 192 **E** 200

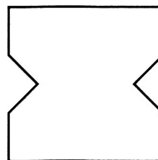
M24. A square piece of paper is folded twice so that the result is a square again. In this square one of the corners is cut off. Then the paper is folded out. Which sample below cannot be obtained in this way?

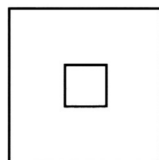












A **B** **C** **D** **E**

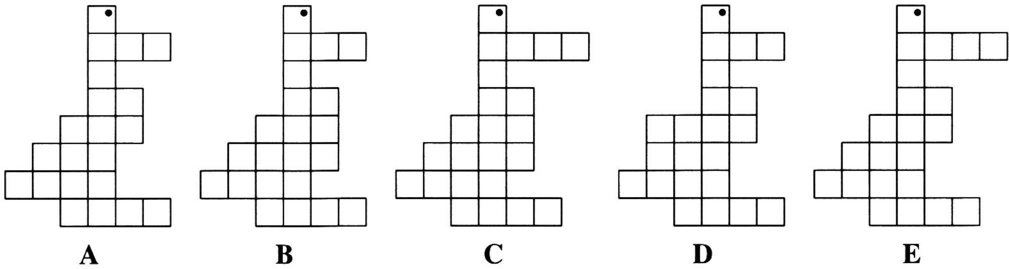
BENJAMIN (grades 5 and 6)

3-POINT QUESTIONS

B1. How many common letters do the words KANGAROO and PROBLEM have?

A 5 **B** 1 **C** 7 **D** 2 **E** 3

B2. In which figure can you find the largest number of small squares?



B3. In the square below the numbers 1, 2 and 3 must be written in the cells. In each row and in each column each of the numbers 1, 2 and 3 must appear. Harry started to fill in the square. In how many ways can he complete this task?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

1		
2	1	

B4. It takes kangaroo 6 seconds for every 4 jumps. How long does it take it to do 10 jumps?
A 10 **B** 12 **C** 15 **D** 18 **E** 20

B5. How much is $2007 : (2 + 0 + 0 + 7) - 2 \times 0 \times 0 \times 7$?
A 1 **B** 9 **C** 214 **D** 223 **E** 2007

B6. The robot starts walking over white cells of the table from the cell A2 in the direction of the arrow, as shown in the picture. It goes always forward. If it meets an obstacle (a black cell or the border of the table), it turns right. The robot stops in case, it cannot go forward after turning right (i.e., it stops in the cell where the obstacles appear in front of him and on the right). In which cell will it stop?

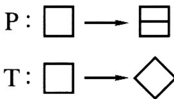
A B2 **B** B1 **C** A1 **D** D1 **E** It never stops

4				
3		■		
2	→		■	
1			■	
	A	B	C	D

B7. Basil, who is older than Pete by 1 year minus 1 day, was born on January 1, 2002. What is the date of Pete's birth?

A January 2, 2003 **B** January 2, 2001 **C** December 31, 2000
D December 31, 2002 **E** December 31, 2003

B8. The carpenter's machine can perform two operations: P and T. The operation P is "printing" and T is "turning" (see the figure). What is the right sequence of operations to obtain ◫ starting from □?
A TTP **B** PTT **C** TPT **D** TPP **E** TPTTT



B9. If you cut a 1 meter cube into decimeter cubes and put them one on the other, what height will this structure have?
A 100 m **B** 1 km **C** 10 km **D** 1000 km **E** 10 m

B10. Vanda cut a square-shaped paper with the 20 cm perimeter into two rectangles. The perimeter of one rectangle was 16 cm. What was the perimeter of the second rectangle?

A 8 cm **B** 9 cm **C** 12 cm **D** 14 cm **E** 16 cm

4-POINT QUESTIONS

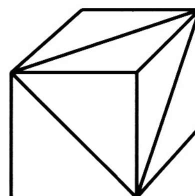
B11. In a square grid Hanna coloured the small squares that lie on the diagonals. How many small squares has the grid if Hanna has coloured 9 of them all in all?

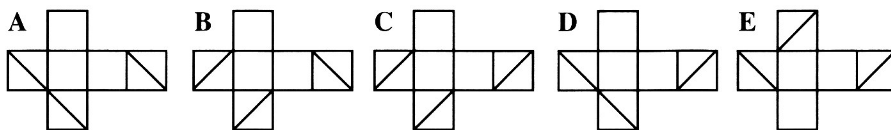
A 9 **B** 16 **C** 25 **D** 64 **E** 81

B12. Anna, Betty, Cecil and Diana each goes in for a different kind of sport: karate, soccer, volleyball and judo. Ana does not like sports played with a ball, the judo player Betty often attends a soccer match to watch her friend play. Which of the following statements is true?

A Anna plays volleyball **B** Betty plays soccer **C** Cecil plays volleyball
D Diana goes in for karate **E** Anna goes in for judo

B13. Diagonals are drawn in three adjacent faces of a cube as shown in the picture. Which of the following nets is that of the given cube?





B14. There were 60 birds on three trees. At some moment 6 birds flew away from the first tree, 8 birds flew away from the second one, and 4 birds flew away from the third one. Then there remained the equal number of birds on each of the three trees. How many birds were there on the second tree at the beginning?

A 26 **B** 24 **C** 22 **D** 21 **E** 20

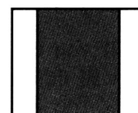
B15. Kelly had a paper ribbon of 27 cm long. She divided it into four rectangles of different size and drew two segments both of which connected the centres of the two adjacent rectangles



(see the picture). Find the sum of lengths of the two segments.

A 12 cm **B** 13,5 cm **C** 14 cm **D** 14,5 cm **E** The number depends on the division

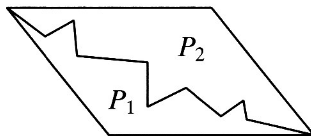
B16. Two squares 9 cm × 9 cm overlap so as to form a rectangle 9 cm × 13 cm as shown. Find the area of the region in which the two squares overlap.
A 36 cm^2 **B** 45 cm^2 **C** 54 cm^2 **D** 63 cm^2 **E** 72 cm^2



B17. Harry sent a pigeon at 7.30 a.m. to deliver a message to Ron. The pigeon delivered the envelope to Ron at 9.10 a.m. It flew 10 minutes every 4 km. What was the distance between Ron and Harry?

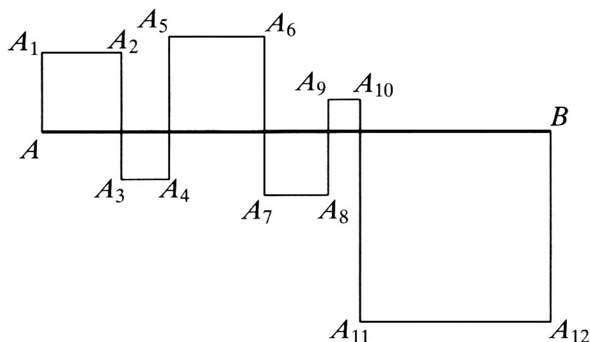
A 14 km **B** 20 km **C** 40 km **D** 56 km **E** 64 km

B18. A parallelogram is divided in two parts P_1 and P_2, as shown in the picture. Which sentence is always true?



A P_2 has a longer perimeter than P_1
B P_2 has a smaller perimeter than P_1
C P_2 has a smaller area than P_1
D P_1 and P_2 have the same perimeter
E P_1 and P_2 have the same area

B19. The squares are formed by intersecting the segment AB of 24 cm by the broken line $AA_1A_2\ldots A_{12}B$ (see the figure). Find the length of $AA_1A_2\ldots A_{12}B$.



A 48 cm
B 72 cm
C 96 cm
D 56 cm
E 106 cm

B20. The 2007-th letter in the sequence KANGAROOKANGAROOKANG... is

A K **B** A **C** N **D** R **E** O

5-POINT QUESTIONS

B21. Agnes is 10 years old. Her mother Lisa is 4 times as old. How old will Lisa be when Agnes is twice as old as she is now?

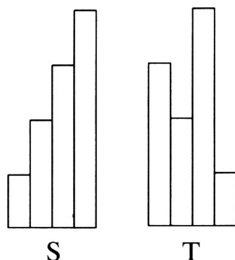
A 40 years **B** 50 years **C** 60 years **D** 70 years **E** 80 years

B22. On the right side of a given 2-digit number we write the same number and obtain a 4-digit number. How many times the 4-digit number is greater than the 2-digit number?

A 11 **B** 101 **C** 100 **D** 1001 **E** 10

B23. Figure S is made from four paper ribbons 10 cm wide. Each of the ribbons is 25 cm longer than the previous one (see the picture). By how many centimetres will the perimeter of figure T (made from the same ribbons) exceed that of figure S?

A 20 **B** 25 **C** 40 **D** 50
E S and T have the same perimeter

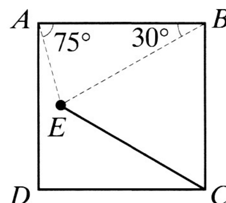


B24. Bill thinks of an integer. Nick multiplies it either by 5 or by 6. John adds to Nick's result either 5 or 6. Andrew subtracts from John's result either 5 or 6. The obtained result was 73. What number did Bill think of?
A 10 **B** 11 **C** 12 **D** 14 **E** 15

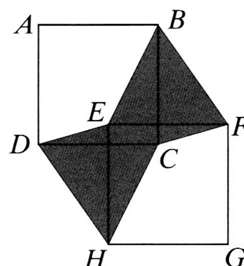
B25. Five integers are written around a circle so that no two or three adjacent numbers give a sum divisible by 3. How many of those 5 numbers are divisible by 3?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Impossible to determine

B26. The side of the square $ABCD$ is 10 cm. The inner point E of the square is such that $\angle EAB = 75°$, $\angle ABE = 30°$. The length of the segment EC is:

A 8 cm **B** 9 cm **C** 9,5 cm **D** 10 cm **E** 11 cm

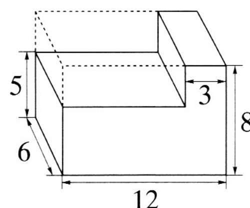


B27. In the picture, $ABCD$ and $EFGH$, with AB parallel to EF, are two equal squares. The shaded area is equal to 1. What is the area of the square $ABCD$?
A 1 **B** 2 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{3}{2}$
E It depends on the position of the squares



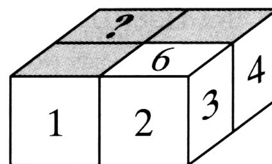
B28. A rectangular section was cut out of a rectangular block as shown in the diagram. Find the decrease percentage of the surface area.

A Less than 12,5%
B 12,5%
C More than 12,5%, but less than 25%
D 25%
E More than 25%



B29. The die is a cube, the faces of which are numbered by $1, 2, \ldots, 6$, the sum of the numbers in any two opposite faces being 7. Using 4 such identical dice, Nick composed a parallelepiped $2 \times 2 \times 1$ as shown in the figure, the numbers on any two touching faces of the dice being equal. The numbers on some faces are shown in the figure. Which number is written in the face denoted by the question mark?

A 5 **B** 6 **C** 4 **D** 3 **E** 1



B30. The multiplication

	Y		×			=	7	6	3	2

uses each of the digits from 1 to 9 exactly once. What is digit Y?
A 1 **B** 4 **C** 5 **D** 8 **E** 9

CADET (grades 7 and 8)

3-POINT QUESTIONS

C1. $\dfrac{2007}{2+0+0+7} =$

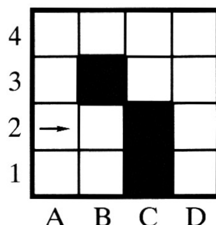
A 1003 **B** 75 **C** 223 **D** 213 **E** 123

C2. Rose bushes were planted in a line on each side of the path. The distance between two bushes in the line was 2 m. How many bushes could be planted if the path is 20 m long?

A 22, 21 or 20 **B** 21, 20 or 19 **C** 22 or 20 **D** 22, 20 or 18 **E** 21 or 19

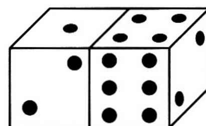
C3. The robot starts walking over white cells of the table from the cell A2 in the direction of the arrow, as shown in the picture. It goes always forward. If it meets an obstacle (a black cell or the border of the table), it turns right. The robot stops in case, it cannot go forward after turning right (i.e., it stops in the cell where the obstacles appear in front of him and on the right). In which cell will it stop?

A B2 **B** B1 **C** A1 **D** D1 **E** It never stops



C4. What is the sum of the points on the invisible faces of the dice?

A 15 **B** 12 **C** 17 **D** 27 **E** Another answer

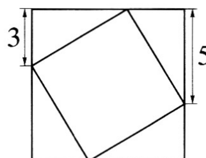


C5. Points $A = (6, 7)$, $B = (7, 6)$, $C = (-6, -7)$, $D = (6, -7)$ and $E = (7, -6)$ are marked on a coordinate grid. The line segment which is horizontal is

A AD **B** BE **C** BC **D** CD **E** AB

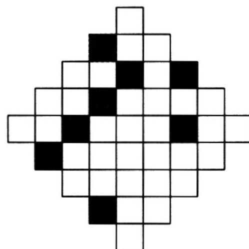
C6. A small square is inscribed in a big one as shown in the figure. Find the area of the small square.

A 16 **B** 23 **C** 34 **D** 36 **E** 49



C7. How many little squares at least do we have to shade in the picture on the right in order that it have an axis of symmetry?

A 4 **B** 6 **C** 5 **D** 2 **E** 3

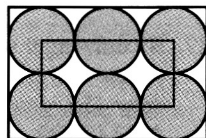


C8. A *palindromic number* is one that reads the same backwards as forwards, e.g., 13931 is a palindromic number. What is the difference of the largest 6-digit palindromic number and the smallest 5-digit palindromic number?

A 989989 **B** 989998 **C** 998998 **D** 999898 **E** 999988

C9. There are six identical circles in the picture. The circles touch the sides of a large rectangle and one another as well. The vertices of the small rectangle lie in the centres of the four circles, as illustrated. The perimeter of the small rectangle is 60 cm. What is the perimeter of the large rectangle?

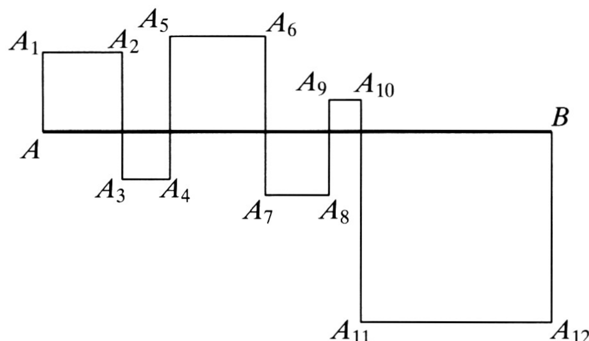
A 160 cm **B** 140 cm **C** 120 cm **D** 100 cm **E** 80 cm



C10. An integer x is strictly negative. Which is the largest number below?
A $x+1$ **B** $2x$ **C** $-2x$ **D** $6x+2$ **E** $x-2$

4-POINT QUESTIONS

C11. The squares are formed by intersecting the segment AB of 24 cm by the broken line $AA_1A_2\dots A_{12}B$ (see the figure). Find the length of $AA_1A_2\dots A_{12}B$.



A 48 cm
B 72 cm
C 96 cm
D 56 cm
E 106 cm

C12. Six points were marked in the parallel lines a and b: 4 in line a and 2 in line b. What is the total number of triangles whose vertices are the points marked?
A 6 **B** 8 **C** 12 **D** 16 **E** 18

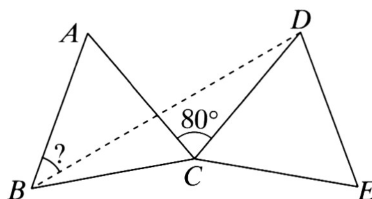
C13. A survey has shown that 2/3 of all customers buy product X and 1/3 buy product Y. After a publicity campaign on product Y a new survey has shown that 1/4 of the customers who preferred product X are now buying product Y. So now the part of the customers buying product Y is

A 7/12 **B** 3/4 **C** 5/12 **D** 1/2 **E** 2/3

C14. In order to obtain number 8^8, we must raise 4^4 to the power
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 8 **E** 16

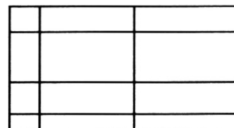
C15. ABC and CDE are equal equilateral triangles. If $\angle ACD = 80°$, what is $\angle ABD$?

A 25° **B** 30° **C** 35° **D** 40° **E** 45°

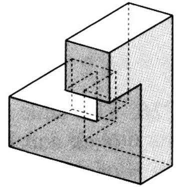


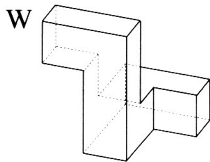
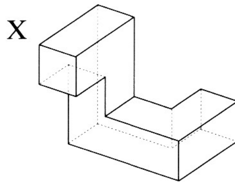
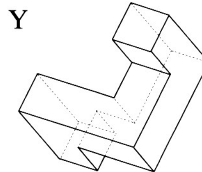
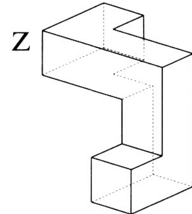
C16. Look at the numbers $1, 2, 3, 4, \dots, 10\,000$. What percent of these numbers is a square?
A 1% **B** 1,5% **C** 2% **D** 2,5% **E** 5%

C17. By drawing 9 segments (5 horizontal and 4 vertical) one can make a table of 12 cells. How many cells can you get maximally if you draw 15 segments?
A 22 **B** 30 **C** 36 **D** 40 **E** 42



C18. Which of the following objects can be obtained by rotating in space the grey object?



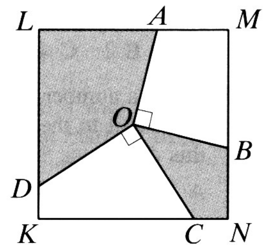
W  X  Y  Z 

A W and Y **B** X and Z **C** Only Y **D** None of these **E** W, X ir Y

C19. You choose three numbers from the grid shown so that you have one number from each row and one number from each column. Then add the three numbers together. What is the largest total you can obtain?
A 12 **B** 15 **C** 18 **D** 21 **E** 24

1	2	3
4	5	6
7	8	9

C20. Segments OA, OB, OC and OD are drawn from the centre O of the square $KLMN$ to its sides so that $OA \perp OB$ and $OC \perp OD$ (as shown in the figure). If the side of the square equals 2, the area of the shaded region equals
A 1 **B** 2 **C** 2,5 **D** 2,25
E Depends on the choice of points B and C



5-POINT QUESTIONS

C21. A defective calculator does not display digit 1. For example, if we type number 3131, then only 33 is displayed, without space. Mike typed a 6-digit number in that calculator, but only 2007 appeared on the display. How many numbers could Mike have typed?
A 12 **B** 13 **C** 14 **D** 15 **E** 16

C22. A walker takes a two-hour hike: first, walking on the flat, then climbing up and back (going down and on the flat again). His speed is 4 km/h on the flat part, 3 km/h when going up and 6 km/h when going down. What is the distance covered?
A We can't know **B** 6 km **C** 7,5 km **D** 8 km **E** 10 km

C23. Al and Bill together weigh less than Charlie and Dan; Charlie and Ed together weigh less than Frank and Bill. Which one of the following sentences is certainly true?
A Al and Ed together weigh less than Frank and Dan
B Dan and Ed together weigh more than Charlie and Frank
C Dan and Frank together weigh more than Al and Charlie
D Al and Bill together weigh less than Charlie and Frank
E Al, Bill and Charlie together weigh as much as Dan, Ed and Frank

C24. The first digit of a 4-digit number is equal to the number of noughts in this number, the second digit is equal to the number of digits 1, the third digit is equal to the number of digits 2, the fourth one – to the number of digits 3. How many such numbers there exist?
A 0 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

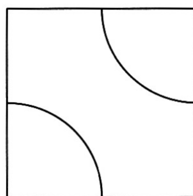
C25. A positive integer n has 2 divisors, while $n+1$ has 3 divisors. How many divisors does $n+2$ have?
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** Depends on n

C26. The table 3×3 contains positive integers (see the picture). Nick and Pete crossed out four numbers each so that the sum of the numbers crossed out by Nick is three times as large as the sum of the numbers, crossed out by Pete. The number which remained in the table after crossing is:
A 4 **B** 7 **C** 14 **D** 23 **E** 24

4	12	8
13	24	14
7	5	23

C27. Five integers are written around a circle so that no two or three adjacent numbers give a sum divisible by 3. How many of those 5 numbers are divisible by 3?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Impossible to determine

C28. In the picture there is a square tile with two fourths of a circle. The radius of every fourth is half the side of the tile and its length equals 5 dm. We form a large square from 16 such tiles and try to get the longest unbroken curve consisting of the fourths. How long can this continuous curve be at most?
A 75 dm **B** 100 dm **C** 105 dm **D** 110 dm **E** 80 dm



C29. A three-digit integer has been divided by 9. As a result, the sum of the digits decreased by 9. How many three-digit numbers possess the same property?
A 1 **B** 2 **C** 4 **D** 5 **E** 11

C30. Given a number, a defective calculator can only work as follows: multiply it by 2 or by 3 and to raise it to the power 2 or 3. Starting from number 15, what can be obtained by applying this calculator 5 times consecutively?
A $2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^6$ **B** $2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ **C** $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$ **D** $2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ **E** $2 \cdot 3^2 \cdot 5^6$

JUNIOR (grades 9 and 10)

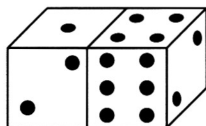
3-POINT QUESTIONS

J1. Anh, Ben and Chen have 30 balls together. If Ben gives 5 to Chen, Chen gives 4 to Anh and Anh gives 2 to Ben, then the boys will have the same number of balls. How many balls did Anh have at first?

A 8 **B** 9 **C** 11 **D** 13 **E** 15

J2. What is the sum of the points on the invisible faces of the dice?

A 15 **B** 12 **C** 17 **D** 27 **E** Another answer



J3. When announcing the results of a tombola, the moderator said: "The winning tickets are those containing at least 5-digit numbers such that three of their digits at most are larger than 2". Subsequently, the speaker drew tickets with numbers 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. How many of them were the winning ones?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J4. In the triangle ABC, D is the midpoint of AB, E is the midpoint of DB, F is the midpoint of BC. If the area of $\triangle ABC$ is 96, then the area of $\triangle AEF$ is

A 16 **B** 24 **C** 32 **D** 36 **E** 48

J5. Frida has divided her 2007 marbles into three bags A, B and C in such a way that each bag contains exactly the same number of marbles. If Frida moves 2/3 of the marbles from bag A to bag C, then the ratio between the number of marbles in bag A and C will be

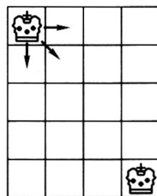
A 1:2 **B** 1:3 **C** 2:3 **D** 1:5 **E** 3:2

J6. An international organization has 32 members. How many members will it have after three years, if the number of members increases each year by 50% compared to the previous one?

A 182 **B** 128 **C** 108 **D** 96 **E** 80

J7. How many routes are possible for the king to travel from the top left square to the bottom right square of the grid with the minimum number of moves. (The king can move to any adjacent square, including that adjacent diagonally.)

A 1 **B** 4 **C** 7 **D** 20 **E** 35



J8. The cells of the table are being coloured red (R) and green (G). In each row and in each column there must be two red and two green cells. What will the lowest row look like after colouring the table?

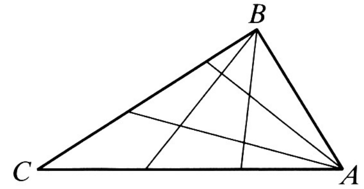
A GRGR **B** RGRG **C** GRRG **D** RGGR **E** GGRR

R		R	
		R	
			G

J9. Different letters represent different digits. Find the least possible value of the expression 2007 – KAN – GA – ROO.

A 100 **B** 110 **C** 112 **D** 119 **E** 129

J10. The diagram on the right shows a triangle ABC where two lines are drawn to the opposite sides from each of the two vertices A and B. This divides the triangle into nine non-overlapping sections. If eight lines are drawn to the opposite sides, four from A and four from B, what is the number of non-overlapping sections the triangle is divided into?
A 16 **B** 25 **C** 36 **D** 42 **E** 49



4-POINT QUESTIONS

J11. The island is inhabited by liars and nobles (the liars always tell lies and the nobles always tell the truth). One day 12 islanders, both liars and nobles, gathered together and issued a few statements. Two people said: "Exactly two people among us twelve are liars". The other four people said: "Exactly four people among us twelve are liars". The rest six people said: "Exactly six people among us twelve are liars". How many liars were there?
A 2 **B** 4 **C** 6 **D** 8 **E** 10

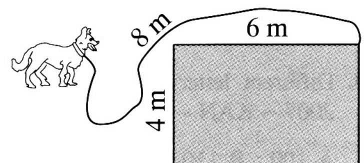
J12. In order to obtain number 8^8, we must raise 4^4 to the power
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 8 **E** 16

J13. Five integers are written around a circle so that no two or three adjacent numbers give a sum divisible by 3. How many of those 5 numbers are divisible by 3?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Impossible to determine

J14. The students were solving an interesting problem at the "Kangaroo". As a result the number of the boys who had solved the problem turned out to be the same as the number of the girls who hadn't solved the problem. Who are in the majority: those who had solved the problem or the girls?
A Girls **B** Those who have solved the problem
C Equal
D Impossible to find
E The situation is not possible

J15. An 8 m long rope is fastened to the corner of the house. A dog is fastened to the rope. Find the perimeter of the area, where the dog can be found.
A $15\pi + 16$ **B** $15\pi + 20$ **C** 15π **D** $15\pi + 18$
E $30\pi + 16$



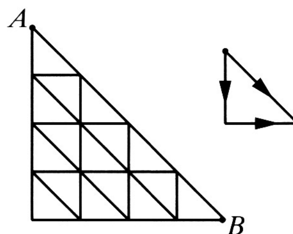
J16. It is 21.00 o'clock. I am driving at a speed of 100 km/h. At this speed I have got enough petrol for the distance of 80 km. The nearest petrol pump is 100 km away. The amount of petrol my car uses per km is inversely proportional to the speed of the car. I want to reach the petrol pump as soon as possible. At what time can I arrive at the petrol pump?
A 22.12 **B** 22.15 **C** 22.20 **D** 22.25 **E** 22.30

J17. A trapezium is formed by removing a corner of an equilateral triangle. Then two copies of this trapezium are placed side by side to form a parallelogram. The perimeter of the parallelogram is 10 cm longer than that of the original triangle. What was the perimeter of the original triangle?
A 10 cm **B** 30 cm **C** 40 cm **D** 60 cm **E** More information needed

J18. The sequence of letters KANGAROOKANGAROO. . .KANGAROO contains 20 words KANGAROO. First, all the letters in the odd places of the sequence were erased. Then, in the sequence obtained, all the letters in the odd places were erased once more, and so on. At the very end, only one letter remained. This letter is
A K **B** A **C** N **D** G **E** O

J19. Two schools should play table tennis one against the other. Five students should represent each of these schools. Only doubles should play. Each pair from one school should play against each pair from the other school just once. How many times should each student play?
A 10 **B** 20 **C** 30 **D** 40 **E** 50

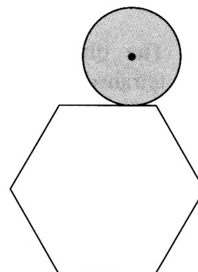
J20. How many different ways can you follow from point A to point B if you you can go only down, right or down diagonally by the sides of small triangles?
A 16 **B** 27 **C** 64 **D** 90 **E** 111



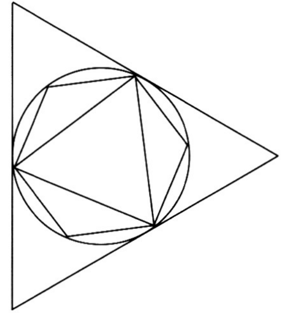
5-POINT QUESTIONS

J21. In a village there are no two people with the same number of hairs. Nobody has exactly 2007 hairs. Joe has the most number of hairs in the village. The number of villagers is larger than the number of Joe's hairs. What can the maximum number of villagers be?
A 0 **B** 2006 **C** 2007 **D** 2008 **E** 2009

J22. A coin with diameter 1 cm rolls around the contour outside of a regular hexagon with sides 1 cm long, as shown. How long is the path traced by the centre of the coin (in cm)?
A $6 + \frac{\pi}{2}$ **B** $6 + \pi$ **C** $12 + \pi$ **D** $6 + 2\pi$ **E** $12 + 2\pi$



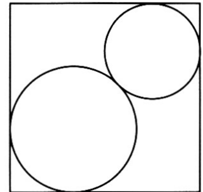
J23. An equilateral triangle and a regular hexagon are inscribed in a circle, the latter beeing inscribed in an equilateral triangle (see the picture). S is the area of the big triangle, s the area of the little one and Q is the area of the hexagon. What is true?
A $Q = \sqrt{S \cdot s}$ **B** $Q = \frac{S+s}{2}$ **C** $S = s + Q$
D $Q = \sqrt{S^2 + s^2}$ **E** $S = Q + 3s$



J24. Let A be the least positive integer with the following property: $10 \cdot A$ is a perfect square and $6 \cdot A$ is a perfect cube. How many positive divisors has number A?
A 30 **B** 40 **C** 54 **D** 72 **E** 96

J25. In a safe-deposit there are some necklaces. All the necklaces have the same number of diamonds (at least two diamonds in each necklace). If the number of diamonds in the safe-deposit were be known, then the number of the necklaces would also be known without doubt. The number of diamonds is more than 200, but less than 300. How many necklaces are there in the safe-deposit?
A 16 **B** 17 **C** 19 **D** 25 **E** Another answer

J26. Two circles have their centres on the same diagonal of a square. They touch each other and the sides of the square as shown. The side of the square is 1 cm long. What is the sum of the lengths of the radii of the circles in centimetres?
A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C** $\sqrt{2} - 1$ **D** $2 - \sqrt{2}$
E It depends on sizes of the circles

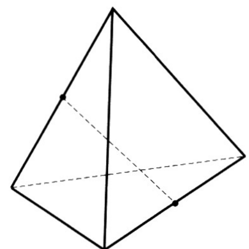


J27. There are three cards in a box for each of the following colours: red, green, yellow and blue. For each colour, the three cards are numbered 1, 2 and 3. You take randomly three cards out of the box. Which of the following events is the most probable one?
A The three cards are of the same colour
B The three cards, independent of their colours, have numbers 1, 2 and 3
C The three cards are of three different colours
D The three cards have the same number
E None, the four previous events have the same probability

J28. In a party four friends are going to give gifts to one another so that everybody gives one and receives one gift (of course, no one should receive his own gift). In how many ways is this possible?
A 24 **B** 16 **C** 12 **D** 10 **E** 9

J29. For each real number x, let $f(x)$ be the least one of the numbers $4x + 1$, $x + 2$, $-2x + 4$. What is the biggest value of the function $f(x)$?
A $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{7}{3}$ **D** $\frac{8}{3}$ **E** 3

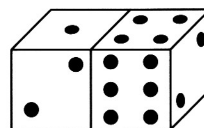
J30. The distance of two not-crossing edges of a regular tetrahedron (triangular pyramid with all the six edges equal) is 6 cm. What is the volume of the tetrahedron (in cm^3)?
A 18 **B** 36 **C** 48 **D** 72 **E** 144



STUDENT (grades 11 and 12)

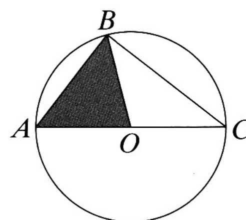
3-POINT QUESTIONS

S1. What is the sum of the points on the invisible faces of the dice?
A 15 **B** 12 **C** 17 **D** 27 **E** Another answer



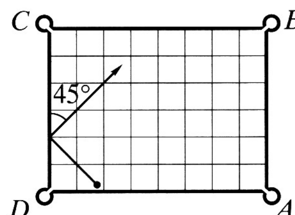
S2. In order to obtain number 8^8, we must raise 4^4 to the power
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 8 **E** 16

S3. The shaded area is equal to $\sqrt{3}$. What is the area of the triangle ABC?
A $2\sqrt{3}$ **B** 2 **C** 5 **D** 6 **E** $4\sqrt{3}$



S4. The value of $\dfrac{\sin 1^\circ + \cos 1^\circ}{\sin 89^\circ + \cos 89^\circ}$ equals
A $\frac{1}{89}$ **B** tg 1° **C** $\frac{1}{2}$ **D** ctg 1° **E** 1

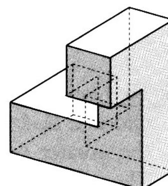
S5. The billiard ball meets the board under 45° as shown. Which pocket will it fall into?
A A **B** B **C** C **D** D **E** Neither of the pockets

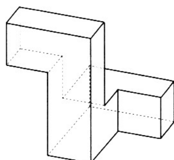
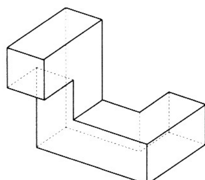
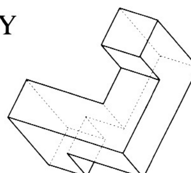
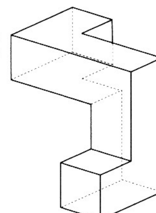


S6. Five integers are written around a circle so that no two or three adjacent numbers give a sum divisible by 3. How many of those 5 numbers are divisible by 3?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Impossible to determine

S7. At an examination Peter answered 80% of the questions correctly. He did not know the answer to the remaining 5 of them. How many questions were there in the test?
A 20 **B** 25 **C** 30 **D** 35 **E** 40

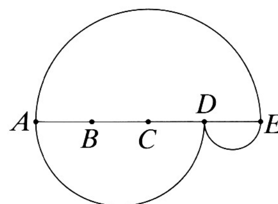
S8. Which of the following objects can be obtained by rotating in space the grey object?



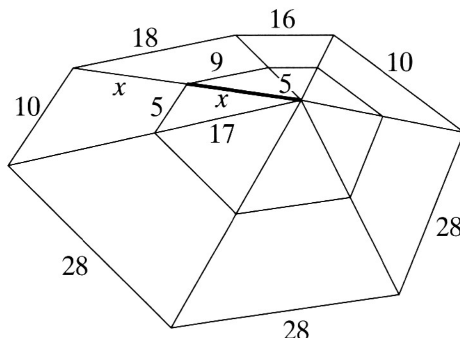
W  X  Y  Z 

A W and Y **B** X and Z **C** only Y **D** None of these **E** W, X ir Y

S9. The segment AE is divided into four equal parts and semicircles are drawn taking AE, AD and DE as diameters, creating two paths from A to E as shown. Determine the ratio of the length of the upper path to the length of the lower path.
A 1:2 **B** 2:3 **C** 2:1 **D** 3:2 **E** 1:1



S10. A mathematically skilled spider spins a cobweb and some of the strings have lengths as shown in the picture. If x is an integer, determine the value of x.
A 11 **B** 13 **C** 15 **D** 17 **E** 19



4-POINT QUESTIONS

S11. Given a square $ABCD$ with side 1, one has to draw all possible squares that have at least two common vertices with $ABCD$. The area of the region of all points covered by at least one of these squares is
A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

S12. Angle β is 25% smaller than angle γ and 50% greater than angle α. Then angle γ is
A 25% greater than α **B** 50% greater than α **C** 75% greater than α
D 100% greater than α **E** 125% greater than α

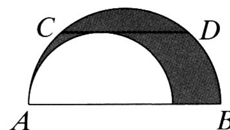
S13. Given $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, where x and y are integers, the value of x is
A 0 **B** 3 **C** -1 **D** 1 **E** 2

S14. What is the value of

$$\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \ldots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ?$$

A 1 **B** π **C** 0 **D** 180 **E** -1

S15. Two semicircles are drawn as shown in the figure. The chord CD, of length 4, is parallel to the diameter AB of the greater semicircle and touches the smaller semicircle. Then the area of the shaded region equals
A π **B** 1.5π **C** 2π **D** 3π **E** Not enough data



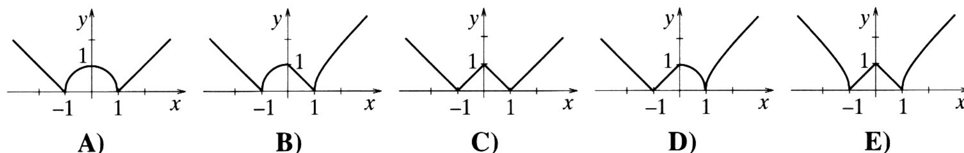
S16. The sum of five consecutive integers is equal to the sum of the next three consecutive integers. The greatest number of these eight numbers is:
A 4 **B** 8 **C** 9 **D** 11 **E** 12

S17. Thomas was born on his mother's 20th birthday, and so they share birthdays. How many times will Thomas' age be a divisor of his mother's age if they both live long lives?
A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

S18. It is 21.00 o'clock. I am driving at a speed of 100 km/h. At this speed I have got enough petrol for the distance of 80 km. The nearest petrol pump is 100 km away. The amount of petrol my car uses per km is inversely proportional to the velocity of the car. I want to reach the petrol pump as soon as possible. At what time can I arrive at the petrol pump?
A 22.12 **B** 22.15 **C** 22.20 **D** 22.25 **E** 22.30

S19. Consider a sphere of radius 3 with the centre at the origin of a Cartesian coordinate system. How many points have integer coordinates got on the surface of this sphere?
A 30 **B** 24 **C** 12 **D** 6 **E** 3

S20. Which is the graph of the function $y = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$?



5-POINT QUESTIONS

S21. Which of the following numbers cannot be written as $x + \sqrt{x}$, if x is an integer?
A 870 **B** 110 **C** 90 **D** 60 **E** 30

S22. If $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ and $f(g(x)) = x$, then
A $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$ **B** $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$ **C** $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$ **D** $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$ **E** $g(x) = \frac{2-3x}{4x}$

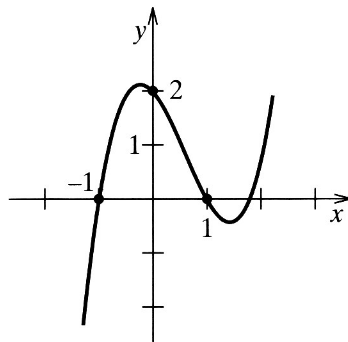
S23. Ann, Belinda and Charles are throwing a die. Ann wins if she throws 1, 2 or 3; Belinda wins if she throws 4 or 5; Charles wins if he throws 6. The die rotates from Ann to Belinda, then to Charles, to Ann, etc., until one player wins. Calculate the probability that Charles wins.
A $\frac{1}{6}$ **B** $\frac{1}{8}$ **C** $\frac{1}{11}$ **D** $\frac{1}{13}$ **E** 0

S24. How many degrees do the acute angles of a rhombus have, if its side is the geometrical mean of the diagonals?
A 15° **B** 30° **C** 45° **D** 60° **E** 75°

S25. We see in the diagram at the right a piece of the graphic of the function

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

What is the value of b?
A −4 **B** −2 **C** 0 **D** 2 **E** 4



S26. Determine the number of integers a such that the quadratic equation

$$x^2 + ax + 2007 = 0$$

has two integer roots.
A 3 **B** 4 **C** 6 **D** 8 **E** 2007

S27. The sum

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$$

is equal to:

A $\frac{999}{1000}$ **B** $\frac{99}{100}$ **C** $\frac{9}{10}$ **D** 9 **E** 1

S28. In a party five friends are going to give gifts to one another so that everybody gives one and receives one gift (of course, no one should receive his own gift). In how many ways is this possible?

A 5 **B** 10 **C** 44 **D** 50 **E** 120

S29. The digits of the sequence 123451234512345... fill the cells on a sheet of paper in a spiral-like manner beginning with the marked cell (see the figure). Which digit is written in the cell being 100 cells above the marked one?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

1	2	3		
5	2	3	4	5
4	1	1	2	1
3	5	4	3	2
2	1	5	4	3

S30. The increasing sequence $1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, \ldots$ is composed of all the powers of 3 and all the numbers that can be written as the sum of different powers of 3. What is the 100th element of the sequence?

A 150 **B** 981 **C** 1234 **D** 2401 **E** 3^{100}

Atsakymai • Ответы • Odpowiedzi • Answers

Klausimo Nr. / Nr. pytania / No. of question — Grupė / Grupa / Group

	N (P)	**M**	**B**	**K (C)**	**J**	**S**
1	D	C	B	C	A	D
2	A	C	C	A	D	B
3	C	B	A	D	B	A
4	B	A	C	D	D	E
5	B	C	D	D	D	C
6	B	E	D	C	C	C
7	D	B	D	E	B	B
8	D	C	B	B	A	A
9	D	C	A	D	B	E
10	B	C	D	C	B	B
11	A	C	C	B	C	C
12	D	C	C	D	B	D
13	B	A	D	D	C	B
14	D	B	C	B	C	E
15	C	B	B	D	A	C
16	D	A	B	A	B	D
17	B	E	C	E	B	C
18	C	B	D	A	E	B
19		A	B	B	D	A
20		C	E	B	D	D
21		A	B	D	C	D
22		B	B	D	B	D
23		D	D	A	A	D
24		E	C	B	D	B
25			C	A	B	B
26			D	C	D	C
27			A	C	C	C
28			B	D	E	C
29			A	D	D	A
30			C	D	D	B
	Н	**М**	**Б**	**К**	**Ю**	**С**

№ вопроса — Группа